Esame di Controlli Automatici - 20 Luglio 2017

Q1 Si discutano i possibili effetti di una retroazione statica dello stato o delle uscite sulle proprietà di raggiungibilità e osservabilità di un sistema.

Q2 Si discutano i possibili effetti di una retroazione dinamica delle uscite su raggiungibilità e osservabilità.

Q3 Si consideri il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 1 - \cos x_1 + (1 + x_2)^2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_1^3 \end{cases}$$

si studi la stabilità dell'equilibrio nel punto $(0, -1)$

(a) con il metodo della linearizzazione

(b) mediante la funzione $V(x_1, x_2) = x_1$

Q4 Dato il sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

(a) Si calcoli l'insieme degli stati che forniscono l'uscita $y(t) = 1$

(b) Si calcoli tra detti stati quelli che possono essere di equilibrio e per quale valore dell'ingresso $\bar{u}$ costante nel tempo

(c) Preso uno di questi stati (a piacere) si scriva (senza svolgere tutti i conti) l'ingresso che porta il sistema a detto stato nell'intervallo $[0, 1]$ partendo dallo stato iniziale nullo minimizzando la funzione:

$$J = \int_0^1 u^2(t)\,\mathrm{d}t$$

Si scrivano inoltre i comandi MATLAB necessari al calcolo dell'ingresso ottimo.

Q5 Si considerino i due sistemi tempo continui descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s(s+10)} \qquad G_2(s) = \frac{s}{(s+1)^2}$$

(a) Si forniscano le realizzazioni dei due sistemi

(b) Si fornisca la realizzazione (di ordine 4) della serie $G_1 G_2$

(c) Si decida su raggiungibilità e osservabilità del sistema ottenuto al punto (b)

Q6 Dato il sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \end{bmatrix} x,$$

si discuta il progetto di un regolatore che, utilizzando solo la misura delle uscite, stabilizzi il sistema e renda nullo l'errore di inseguimento per riferimenti a gradino, discutendo i risultati al variare di α.

Q7 Dato il sistema LTITD $x(k+1) = (I + \epsilon A)x(k)$, con I la matrice identità di dimensioni opportune e $\epsilon \in R$ un parametro. Nei casi seguenti:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix}$$

con $a, b > 0$, si trovi, se esiste, una funzione di Lyapunov positiva definita per il sistema e si discuta la stabilità del sistema a tempo discreto al variare del parametro $\epsilon > 0$, utilizzando l'equazione di Lyapunov.