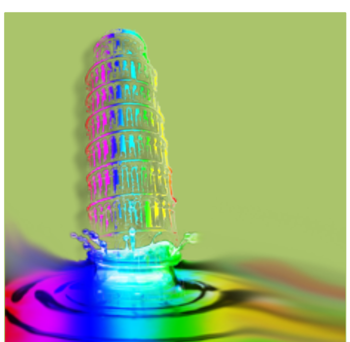
Introduzione alla Fluidodinamica Computazionale



carmelo.demaria@centropiaggio.unipi.it

Fluidodinamica Computazionale (CFD)

- CFD è l'analisi dei sistemi che involvono movimento di fluidi, scambio di calore ed i fenomeni a loro relativi, come ad esempio reazioni chimiche, attraverso l'uso di simulazioni tramite computer.

- CFD = Modello Fisico + Metodi Numerici
- CFD presenta alcuni vantaggi rispetto a solo sperimentale:
  - Tempi ridotti di progettazione;
  - Analisi o valutazioni preliminari di sistemi in condizioni difficili da replicare;
  - Valutazione di grandezze del sistema difficili da misurare direttamente;

- Oggi la CFD ha un ruolo importante nell'ingegneria, ed è comunemente utilizzata per complementare studi sperimentali e teorici.

Campi di applicazione (1/2)

Ingegneria Industriale:

- Profili alari;
- Profili di flusso intorno ad aerei/auto/navi;
- Scambiatori di calore;
- Reattori chimici;
- Separatori;
- …

Ambientale:

- Formazione di uragani;
- Dispersione di inquinanti in atmosfera;
- Studio correnti oceaniche;
- …

Campi di applicazione (2/2)

Biologia/Fisiologia:

- Flusso d'aria nei polmoni;
- Flusso sanguigno in arterie/vene;
- Stenosi/Aneurismi
- ...

Organi artificiali:

- Bioreattori;
- Protesi vascolari/valvolari;
- Sistemi di dialisi;
- …

Ipotesi alla base della CFD

- Corpo approssimabile come un CONTINUO:
  - la struttura molecolare della materia ed il movimento delle singole molecole può essere trascurata

$$K_n = \frac{\lambda}{L} << 1$$

λ= ‘Cammino libero medio’ [m]
L= Dimensione caratteristica sistema [m]
K_n = N° di Knudsen

Ipotesi alla base del CFD

- PARTICELLA DI FLUIDO: la piu piccola porzione di fluido le cui proprietà macroscopiche non sono infuenzate da singole molecole;

- PROPRIETA' DEL FLUIDO: funzioni di spazio e tempo (es. u(x,y,x,t));

Come seguo un fluido in movimento?

Approccio Lagrangiano:

- La proprietà ϕ è funzione della posizione e del tempo: $\phi(x(t),y(t),z(t),t)$
- La Derivata Materiale (seguendo singole particelle di fluido) :

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + w\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot grad\ \phi$$

u,v,w sono le componenti di velocità lungo i versori x,y,z

- Ci sono N>>1 particelle nel vostro fluido!!
- È possibile sviluppare modelli numerici per particelle di fluido(modello Lagrangiano) ma è molto più comune utilizzare approccio Euleriano.

Come seguo un fluido in movimento?

Approccio Euleriano:

- Si valuta la variazione della proprietà ϕ in un volume unitario per una particella di fluido;
- Si definisce un volume di controllo infinitesimo e si monitora il campo di ϕ che lo attraversa;

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + div(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho\left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot grad\ \phi\right] + \phi\left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\mathbf{u})\right] = \rho\frac{D\phi}{Dt}$$

Velocità di variazione della proprietà ϕ per elemento fluido

Flusso della proprietà ϕ uscente dall'elemento fluido

Velocità di variazione della proprietà ϕ per una particella di fluido/volume

Leggi di conservazione

- La massa del fluido è conservata;
- In una particella di fluido la velocità di variazione della quantità di moto è uguale al totale somma delle forze agenti sulla stessa (*II legge di Newton*);
- La velocità di variazione di energia interna in una particella di fluido è uguale alla somma della quantità di calore e del lavoro agenti sulla stessa (*I principio della termodinamica*)

Equazioni di Navier-Stokes

- Conservazione della massa
- Conservazione della quantità di moto
- Conservazione dell’energia

Equazioni di Navier-Stokes

- Massa $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \mathbf{u}) = 0$$
- QM $$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + div(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + div(\mu \; grad \; u) + S_{Mx}$$
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + div(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + div(\mu \; grad \; v) + S_{My}$$
$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + div(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + div(\mu \; grad \; w) + S_{Mz}$$
- Energia $$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + div(\rho i \mathbf{u}) = -p \; div \; \mathbf{u} + div(k \; grad \; T) + \Phi + S_i$$
- Equazioni di stato $p = p(\rho, T)$ and $i = i(\rho, T)$
e.g. perfect gas
$p = \rho RT$ and $i = C_v T$

Equazioni vs incognite

- 5 EQUAZIONI

- Continuità (1)
- Quantità di Moto (3)
- Energia (1)

- 11 INCOGNITE

- 2 Variabili Termodinamiche, in quanto ρ, p, I e T sono legate da equazioni di stato
  $p=p(\rho,T)$ $i=(\rho,T)$
- Velocità (3)
- Sforzi viscosi (6)

- Liquidi è gas a basse velocità di solito si comportano come fluidi incomprimibili: senza variazioni di densità non c'è un legame fra equazione dell'energia interna e le conservazioni di massa e quantità di moto. Per risolvere il campo di moto fluido basta risolvere solo le equazioni per massa e quantità di moto.

- Si usa N° di Mach
  $Ma = v/v_{suono}$
  se $Ma < 0.2$ si considera incomprimibile.

+

Casi di studio nel corso

Conservazione Massa, fluido incomprimibile, forma compatta

$$\nabla \vec{V} = 0$$

Conservazione QM, fluido incomprimibile, forma compatta

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \triangle \vec{V}$$

Energia, fluido incomprimibile non dissipativo, forma compatta (trasporto di calore per via convettiva)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) T = \frac{k}{\rho c_p} \triangle T$$

Numero di Reynolds

Determina il regime di flusso del problema:

- Laminare
- Turbolento

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

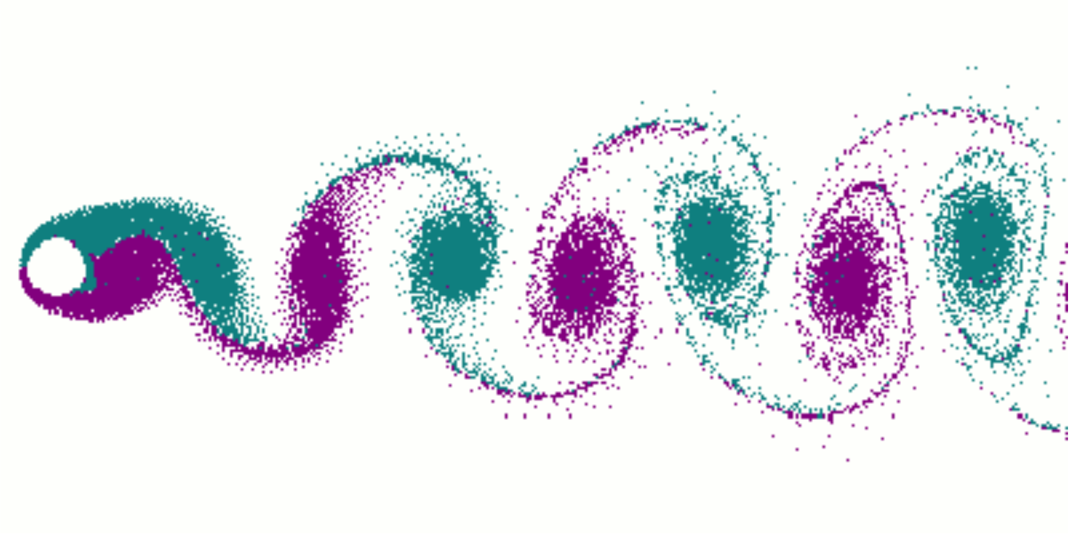
v = velocità caratteristica fluido

D = diametro idraulico condotto

= 4A/P

Vortici e Turbolenza

- Presenza di Vortici **NON** implica Turbolenza!!!
- Turbolenza caratterizzata da vortici



Es. Vortici di Van Karman, in regime Laminare

+

Perché vortici?

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \triangle \vec{V}$$

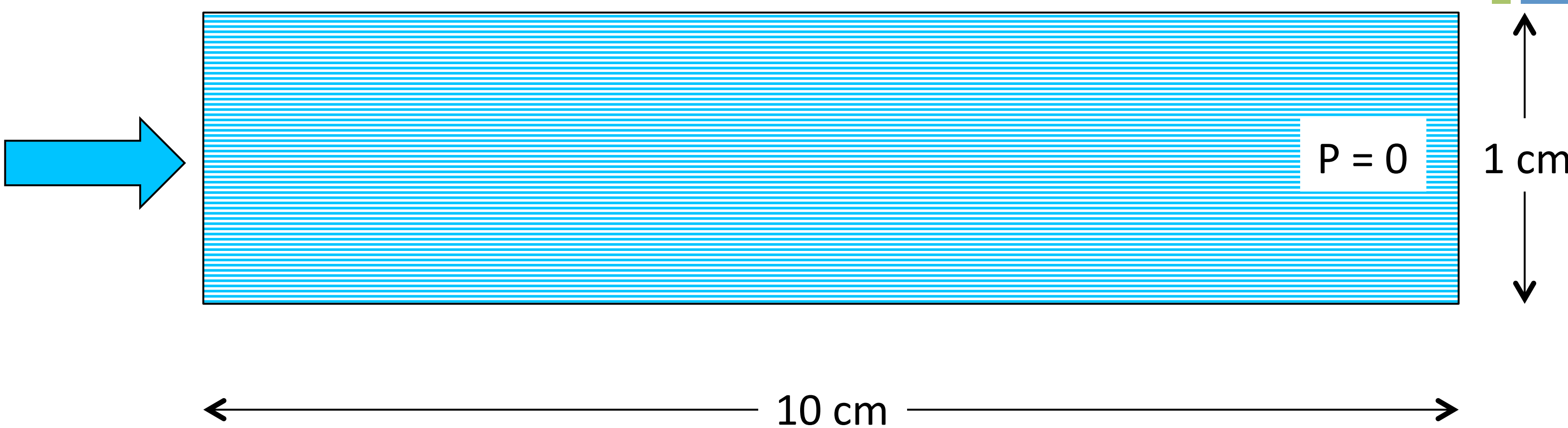
Termine NON LINEARE nell'equazione!!

É necessaria quindi particolare attenzione quando si risolve Navier Stokes, in particolare per Reynolds alti !!!

ESERCIZI

Esercizio 1

V_{in}= #matricola/1000



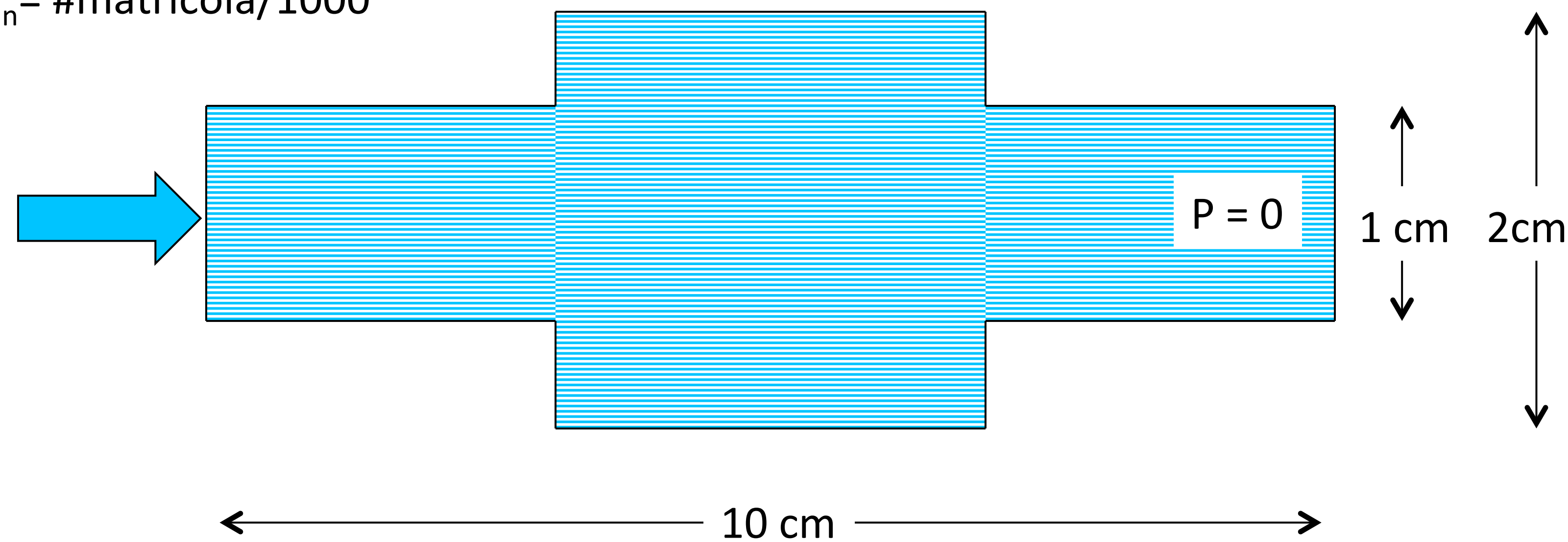
Variare:

- Il grado della funzione forma (lineare, quadratica, cubica)
- La finitura della mesh (rada, normale, fine)
- Confrontare il profilo di velocità con la soluzione analitica di un flusso tra due piastre parallele distanti 2h (con caduta di pressione lineare):

$$u(y) = \frac{h^2}{2\nu}\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)\left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)$$

Esercizio 2 (1/2)

V_{in}= #matricola/1000



- Valutare il profilo di velocità e di perdita di carico e metterlo in relazione con l'equazione di Bernoulli

Esercizio 2 (2/2)