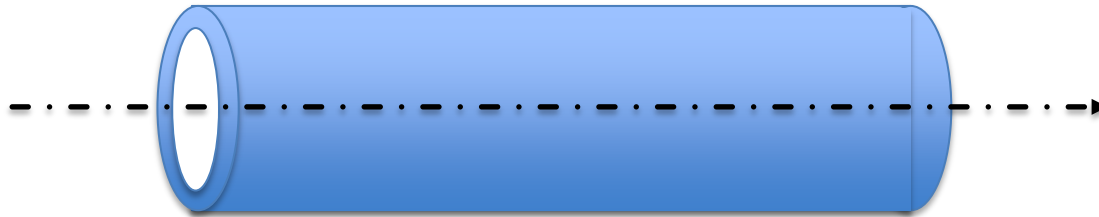


Esercitazione Fenomeni Bioelettrici PARTE 2

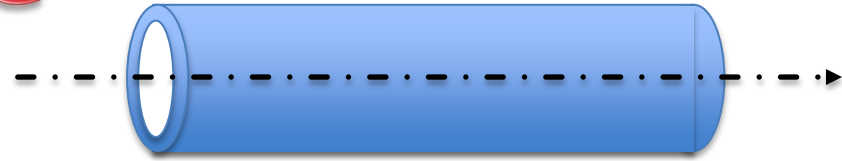
Il materiale proposto in questa presentazione è stato estrapolato da:

- compiti di Fenomeni Bioelettrici- PARTE 2 dal 2008/2011 – prof. Carpi Federico
- dispensa “Bioelettrodi”, corso di Dispositivi Minimamente Invasivi -Ing. Alessandro Tognetti
- materiale corso “Biosensori”-Ing. Mazzei Daniele
- “Bioelectromagnetism” – Jaakko Malmivuo, Robert Plonsey [<http://www.bem.fi/book/>]

Assone



Ex_assone



Punteggio:

Quesito 1:

Si consideri un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L , e la cui membrana abbia costante dielettrica relativa ϵ_r . Sulle superfici interna ed esterna dell'assone sia stabilita, rispettivamente, una quantità di carica pari a $-Q$ e $+Q$. Determinare l'espressione del vettore campo elettrico \vec{E} interno alla membrana cellulare dell'assone, rispetto ad un riferimento di coordinate opportunamente scelto.

$$\vec{E} =$$

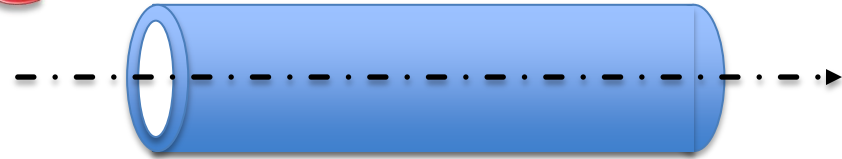
Punteggio:

Quesito 2:

Con riferimento al quesito precedente, si calcoli l'espressione della differenza di potenziale elettrico $\phi_i - \phi_o$ tra l'interno e l'esterno dell'assone.

$$\phi_i - \phi_o =$$

Ex_assone



Punteggio:

Quesito 1:

Si consideri un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L , e la cui membrana abbia costante dielettrica relativa ϵ_r . Sulle superfici interna ed esterna dell'assone sia stabilita, rispettivamente, una quantità di carica pari a $-Q$ e $+Q$. Determinare l'espressione del vettore campo elettrico \vec{E} interno alla membrana cellulare dell'assone, rispetto ad un riferimento di coordinate opportunamente scelto.

Conviene adottare un sistema di riferimento cilindrico, avente coordinata radiale r

dal Teorema di Gauss è immediato ricavare:

$$\vec{E} = E(r) \cdot \hat{r} = \frac{-Q}{2\pi r L \epsilon_0 \epsilon_r} \hat{r}$$

\Rightarrow

$$\vec{E} = \frac{-Q}{2\pi r L \epsilon_0 \epsilon_r} \hat{r}$$

Quesito 2:

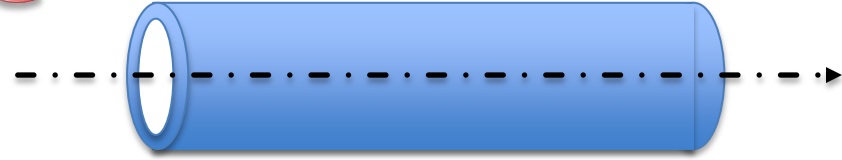
Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, si calcoli l'espressione della differenza di potenziale elettrico $\varphi_i - \varphi_o$ tra l'interno e l'esterno dell'assone.

$$\varphi_i - \varphi_o = \int_a^b \vec{E}(r) dr = -\frac{Q}{2\pi L \epsilon_0 \epsilon_r} \int_a^b \frac{1}{r} = -\frac{Q}{2\pi L \epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\varphi_i - \varphi_o = -\frac{Q}{2\pi L \epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Ex_assone



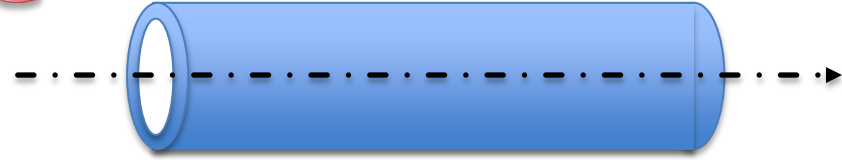
Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L . Indicando con ρ_i la resistività dell'assoplasma, si ricavi l'espressione r_i della resistenza dell'assoplasma per unità di lunghezza.

$$r_i = \boxed{\phantom{r_i = \frac{\rho_i L}{\pi(b^2 - a^2)}}}$$

Ex_assone



Quesito 1:

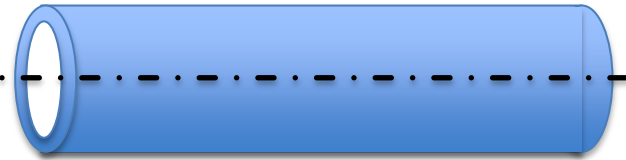
Punteggio:

Si consideri un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L . Indicando con ρ_i la resistività dell'assoplasma, si ricavi l'espressione r_i della resistenza dell'assoplasma per unità di lunghezza.

$$R_i = \rho_i \frac{L}{\pi a^2} \Rightarrow r_i = \rho_i / \pi a^2$$

$$r_i = \boxed{\rho_i / \pi a^2}$$

Ex_assone



Quesito 1:

Punteggio:

Si ricavi l'espressione della capacità di membrana per unità di lunghezza c_m di un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L , e la cui membrana abbia costante dielettrica relativa ϵ_r .

$c_m =$

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, si determini una approssimazione al primo ordine della funzione $c_m(b/a)$ in un intorno di $b/a = 1$, ossia per spessori "sottili" dell'assone.

Si calcoli inoltre il valore assunto dalla funzione approssimata nel seguente caso particolare:

- Raggio interno: $a = 10 \mu\text{m}$;
- Spessore di membrana: si scelga il valore più ragionevole tra le seguenti opzioni: $b-a = 10 \text{ \AA}$, 100 \AA , 1000 \AA ;
- Costante dielettrica relativa della membrana: si scelga il valore più ragionevole tra le seguenti opzioni: $\epsilon_r = 0.5$, 5 , 50 .

$c_m(b/a)_{b/a \approx 1} \cong$

$c_m \cong$

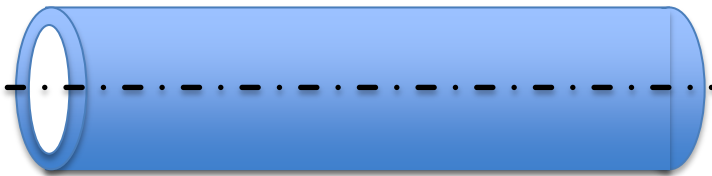
Quesito 3:

Punteggio:

In base alla approssimazione ricavata nel quesito precedente, o in base ad una espressione equivalente giustificabile in base a diverse considerazioni (pur sempre nell'ipotesi di spessori "sottili" dell'assone), si fornisca una indicazione motivata su quale delle seguenti affermazioni è corretta

La capacità di membrana per unità di lunghezza di un assone mielinato è INFERIORE a quella di un assone non mielinato
La capacità di membrana per unità di lunghezza di un assone mielinato è SUPERIORE a quella di un assone non mielinato

Ex_assone



Quesito 1:

Punteggio:

Si ricavi l'espressione della capacità di membrana per unità di lunghezza c_m di un assone avente forma cilindrica, con raggio interno a , raggio esterno b e lunghezza L , e la cui membrana abbia costante dielettrica relativa ϵ_r .

$$c_m = \frac{C_m}{L} = \frac{1}{L} \frac{Q}{V} = \frac{1}{V} \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi L \epsilon_0 \epsilon_r \ln(b/a)}} = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(b/a)}$$

$$c_m = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(b/a)}$$

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, si determini una approssimazione al primo ordine della funzione $c_m(b/a)$ in un intorno di $b/a = 1$, ossia per spessori "sottili" dell'assone.

Si calcoli inoltre il valore assunto dalla funzione approssimata nel seguente caso particolare:

- Raggio interno: $a = 10 \mu\text{m}$;
- Spessore di membrana: si scelga il valore più ragionevole tra le seguenti opzioni: $b-a = 10 \text{ \AA}$, 100 \AA , 1000 \AA ;
- Costante dielettrica relativa della membrana: si scelga il valore più ragionevole tra le seguenti opzioni: $\epsilon_r = 0.5, 5, 50$.

$$c_m = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(b/a)} \Bigg|_{\frac{b}{a} \approx 1} \approx 2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{\frac{b}{a} - 1} = 2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{a}{b-a}$$

$$\left. \begin{array}{l} b-a = 100 \text{ \AA} \\ \epsilon_r = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow c_m$$

$$c_m(b/a)_{1,100} \approx \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r a}{b-a}$$

$$c_m = 314 \text{ nF/m}$$

Quesito 3:

Punteggio:

In base alla approssimazione ricavata nel quesito precedente, o in base ad una espressione equivalente giustificabile in base a diverse considerazioni (pur sempre nell'ipotesi di spessori "sottili" dell'assone), si fornisca una indicazione motivata su quale delle seguenti affermazioni è corretta:

L'espressione precedente può essere ricavata anche dalla espressione della capacità di un condensatore ad armature piane //.
Un assone mielinato ha uno spessore $(b-a)$ maggiore; pertanto ha capacità inferiore.

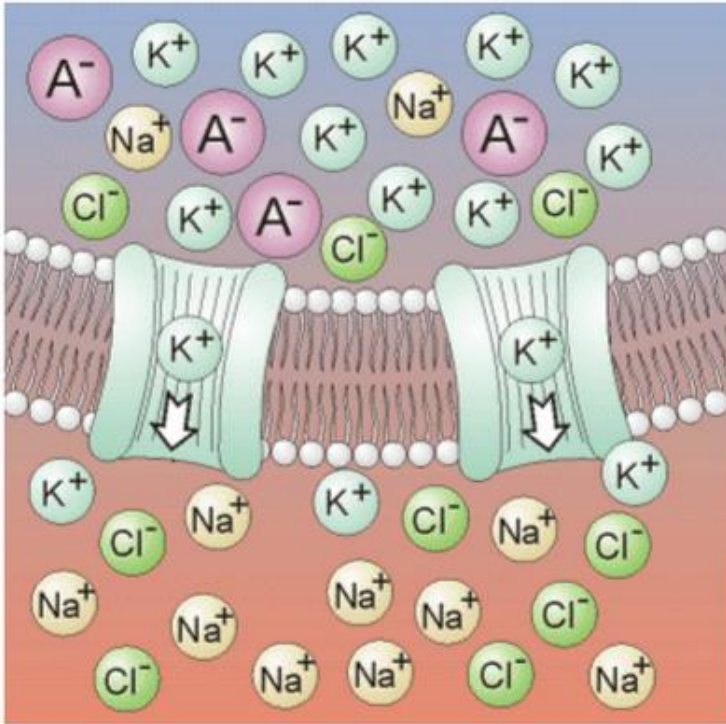
La capacità di membrana per unità di lunghezza di un assone mielinato è INFERIORE a quella di un assone non mielinato

La capacità di membrana per unità di lunghezza di un assone mielinato è SUPERIORE a quella di un assone non mielinato

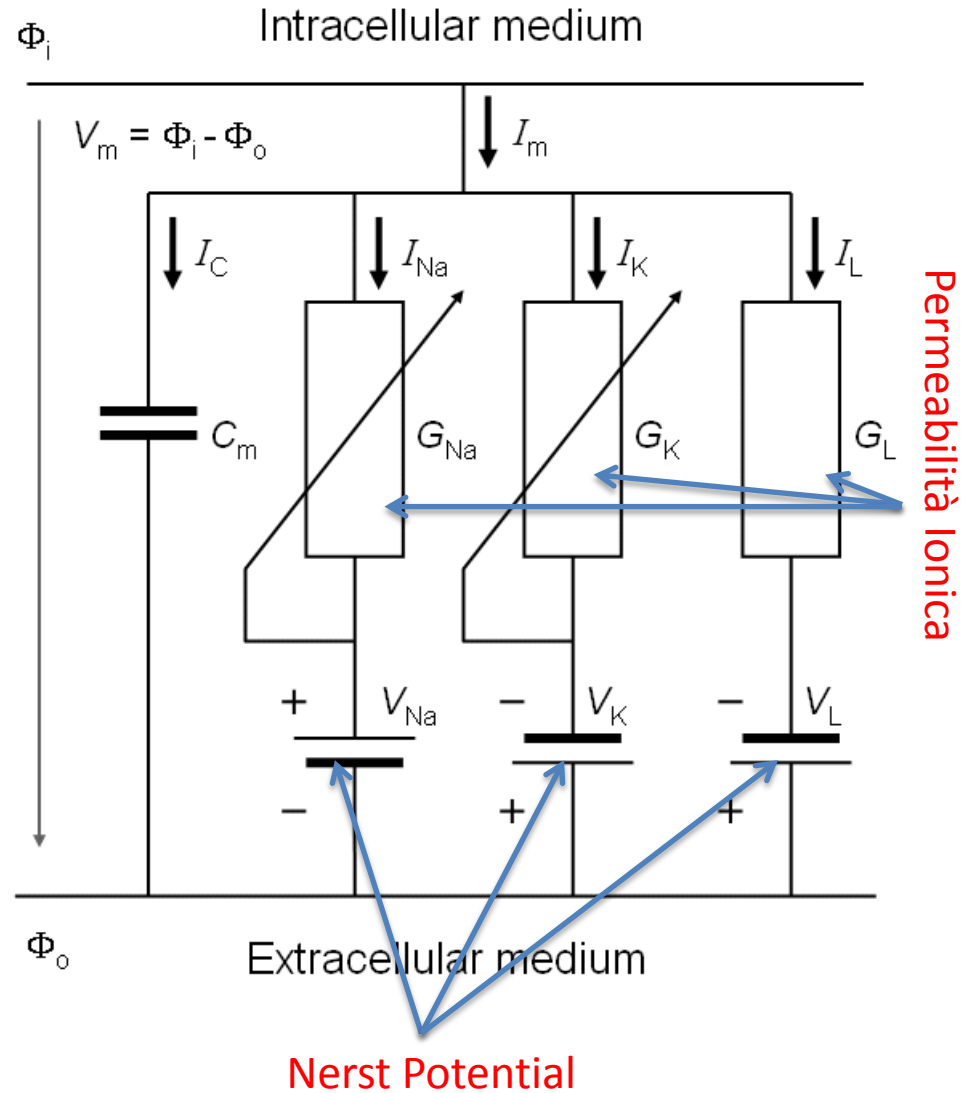
Membrane Model

INTRACELLULAR MEDIUM

Cl^- Na^+ A^- K^+



K^+ Cl^- Na^+
EXTRACELLULAR MEDIUM



Membrane : Nest Potential

$$V_m = -\frac{RT}{F} \ln \frac{P_K c_{i,K} + P_{Na} c_{i,Na} + P_{Cl} c_{o,Cl}}{P_K c_{o,K} + P_{Na} c_{o,Na} + P_{Cl} c_{i,Cl}}$$

Neurons

Table . . Ion concentrations measured from cat motoneuron

	Outside the membrane [mol/m ³]	Inside the membrane [mol/m ³]
Na ⁺	150	15
K ⁺	5.5	150
Cl ⁻	125	9

$$P_{K^+} : P_{Na^+} : P_{Cl^-} \\ = \\ 1:0.04:0.45$$

For each ion, the following equilibrium voltages may be calculated from the Nernst equation:

$$V_{Na} = -61 \log_{10}(15/150) = +61 \text{ mV}$$

$$V_K = -61 \log_{10}(150/5.5) = -88 \text{ mV}$$

$$V_{Cl} = +61 \log_{10}(9/125) = -70 \text{ mV}$$

The resting voltage of the cell was measured to be -70 mV.

Muscle

Table . .

	Outside the membrane [mol/m ³]	Inside the membrane [mol/m ³]
Na ⁺	142	14
K ⁺	4	140
Cl ⁻	103	3/4

$$P_{K^+} : P_{Na^+} : P_{Cl^-} \\ = \\ 1:0.03:10$$

For each ion, the following equilibrium voltages may be calculated from the Nernst equation:

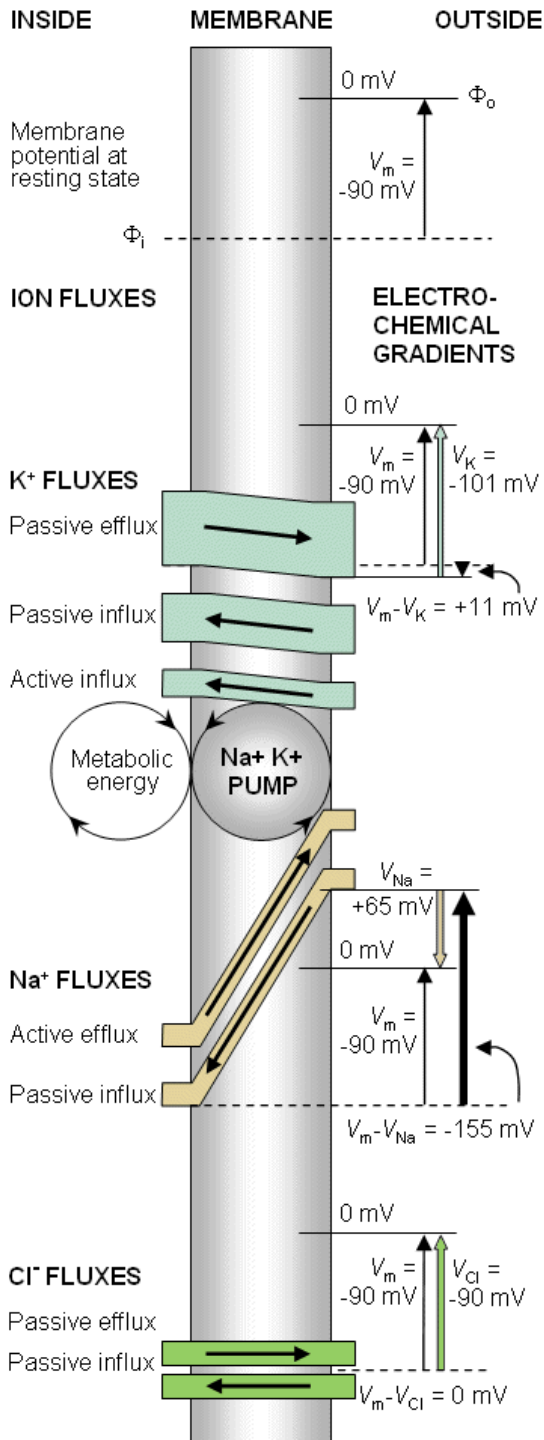
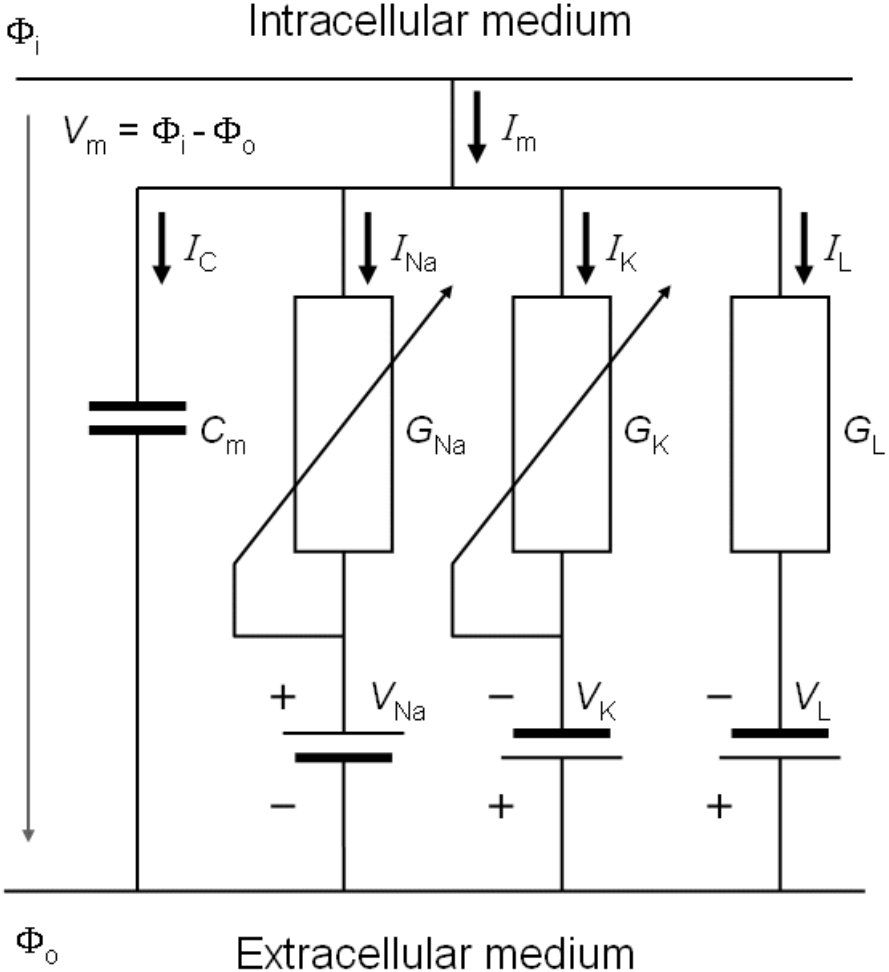
$$V_{Na} = -61.8 \text{ mV}$$

$$V_K = -94.8 \text{ mV}$$

$$V_{Cl} = +90 \text{ mV}$$

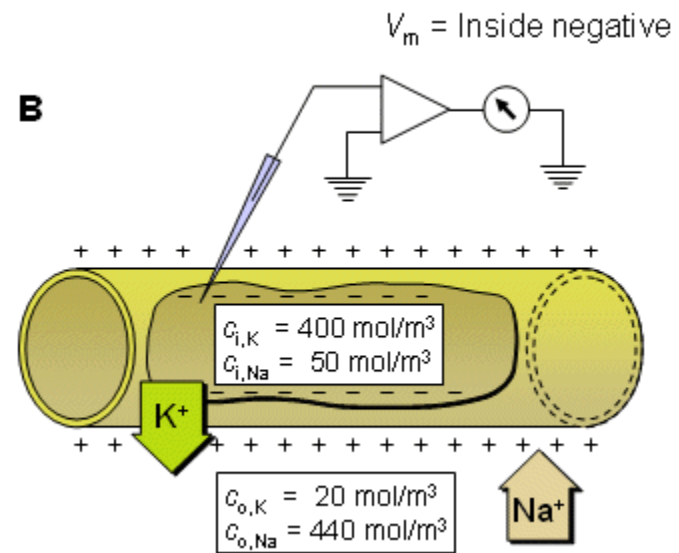
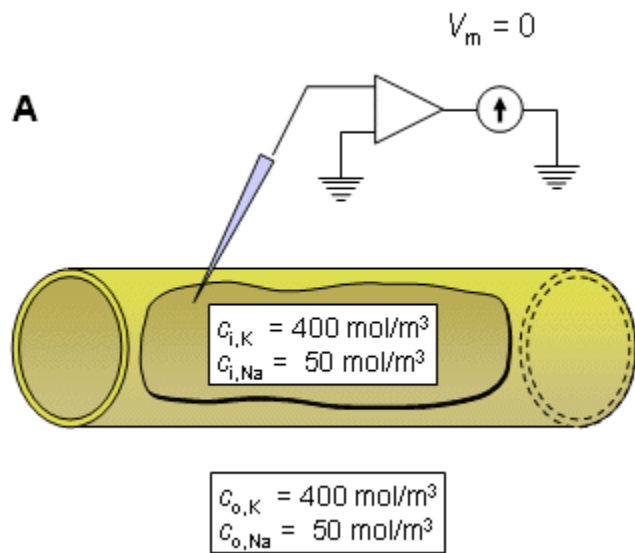
The resting voltage of the cell was measured to be -90 mV

Membrane

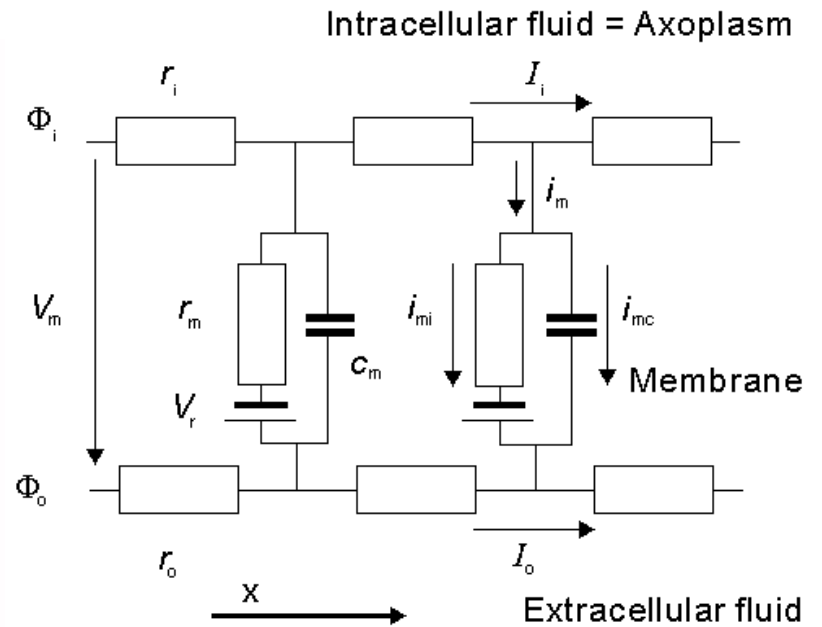
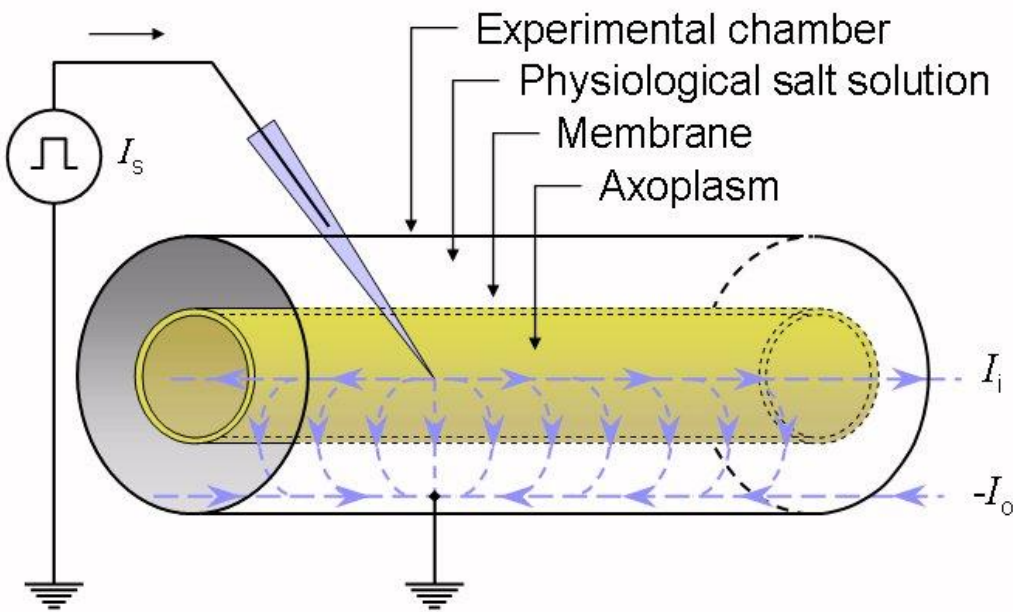


Esperimento per valutare potenziale di membrana

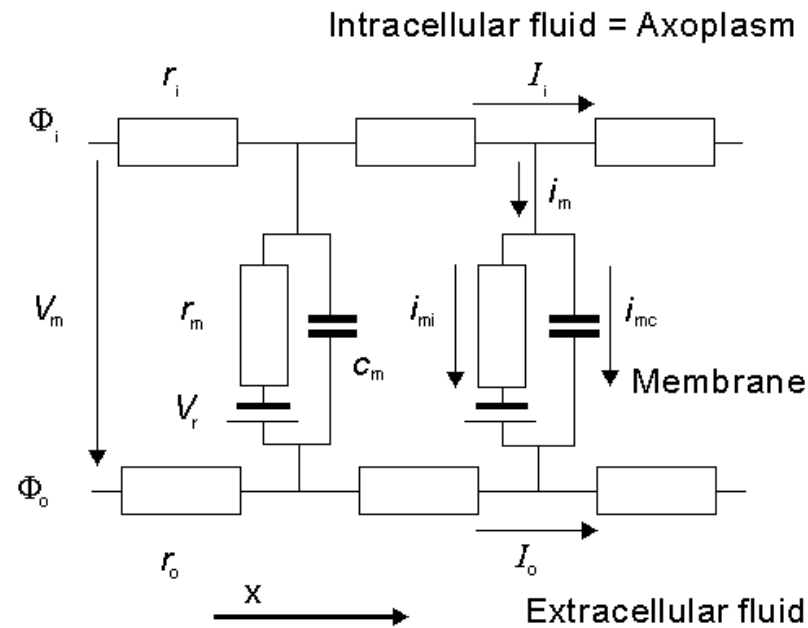
Membrane : Nest Potential



Membrane : Stimulation



Towards the cable equation



General cable equation

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} = (r_i + r_o) i_m$$

Cable equation:

stationary and subthreshold conds

Under stationary and subthreshold conditions the capacitive current $c_m dV'/dt = 0$;

so that the membrane current per unit length is simply $i_m = V'/r_m$; according to Ohm's law.

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} = V' \frac{r_i + r_o}{r_m} \quad (3.46)$$

whose solution is

$$V' = Ae^{-x/\lambda} + Be^{x/\lambda} \quad (3.47)$$

The constant λ in Equation 3.47 has the dimension of length and is called the *characteristic length* or *length constant* of the axon.

It is called also the *space constant*. The characteristic length λ is related to the parameters of the axon by Equation 3.46, and is given by:

$$\lambda = \sqrt{\frac{r_m}{r_i + r_o}} \approx \sqrt{\frac{r_m}{r_i}} \quad (3.48)$$

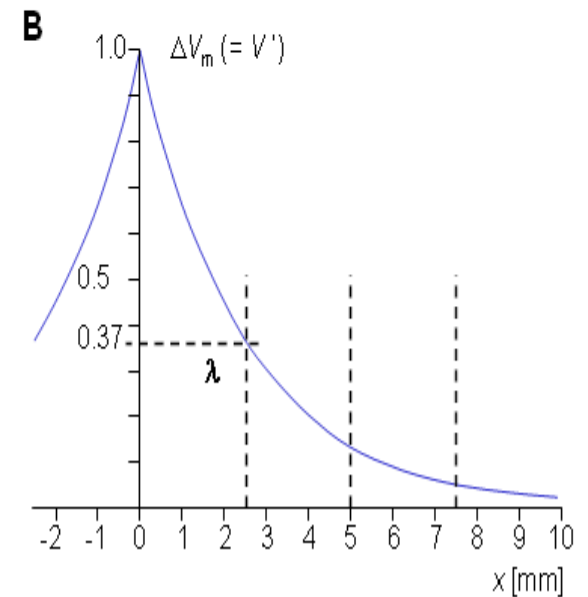
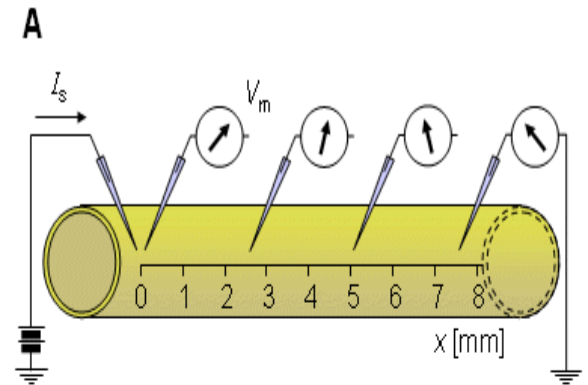
The latter form of Equation 3.48 may be written because the extracellular axial resistance r_o is frequently negligible when compared to

the intracellular axial resistance r_i . With the boundary conditions:

$$V'_{x=0} = V'(0) \text{ and } V'_{x=\infty} = 0$$

the constants A and B take on the values $A = V'(0)$ and $B = 0$, and from Equation 3.47 we obtain the solution:

$$V' = V'(0)e^{-x/\lambda} \quad (3.49)$$

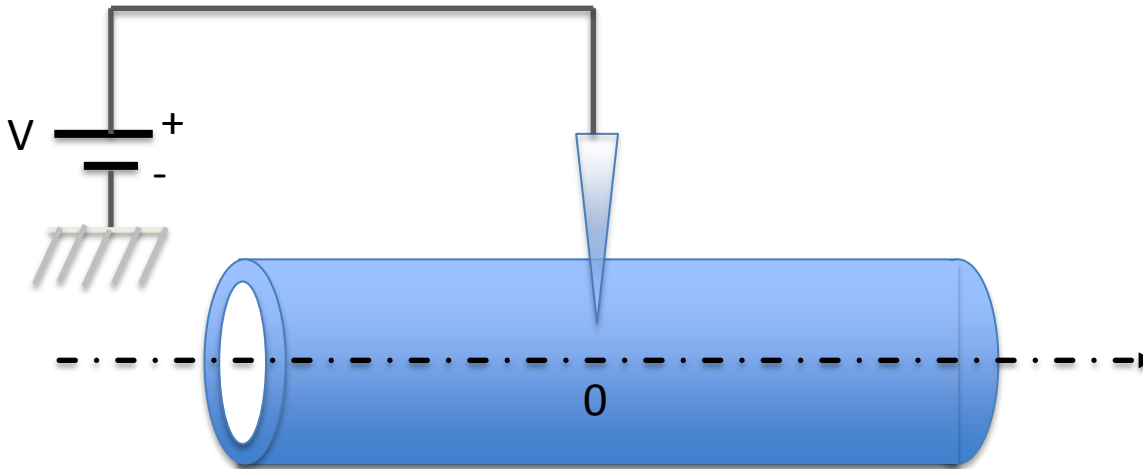


Ex_ Stimolazione assone

Quesito

Punteggio:

Si consideri un assone orientato secondo un asse di riferimento x e il cui assoplasma sia stimolato mediante un microelettrodo intracellulare che imponga in una sezione $x=0$ dell'assone una depolarizzazione $V'(0)=e^2$ mV. Determinare il valore della depolarizzazione $V'(x)$ in $x=2\lambda$, dove λ rappresenta la costante di spazio dell'assone.



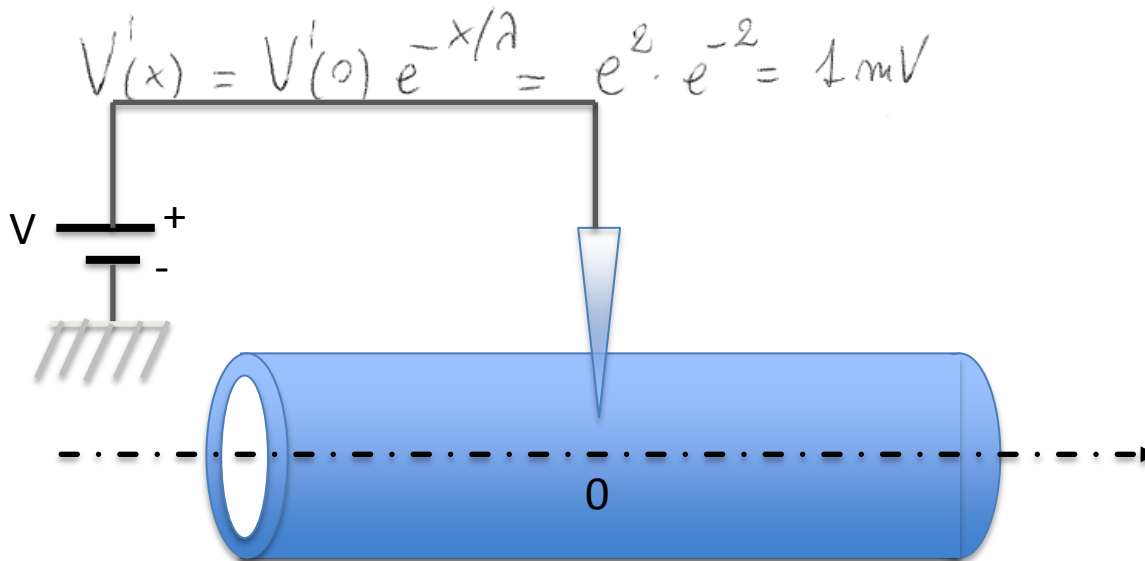
$$V'(2\lambda) =$$

Ex_ Stimolazione assone

Quesito

Punteggio:

Si consideri un assone orientato secondo un asse di riferimento x e il cui assoplasma sia stimolato mediante un microelettrodo intracellulare che imponga in una sezione $x=0$ dell'assone una depolarizzazione $V'(0)=e^2$ mV. Determinare il valore della depolarizzazione $V'(x)$ in $x=2\lambda$, dove λ rappresenta la costante di spazio dell'assone.



$$V'(2\lambda) = 1 \text{ mV}$$

Cable equation:

step-current Impulse

In this section we consider the transient (rather than steady-state) response of the axon to a subthreshold current-step input.

In this case the membrane current is composed of both resistive and capacitive components reflecting the parallel RC nature of the membrane:

$$i_m = i_{mR} + i_{mC} \quad (3.50)$$

where i_m = the total membrane current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]

i_{mR} = the resistive component of the membrane current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]

i_{mC} = the capacitive component of the membrane current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]

Under transient conditions Equation 3.50 substituted into Equation 3.45 may be written:

$$\frac{1}{r_i + r_o} \frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} = \frac{V'}{r_m} + c_m \frac{\partial V'}{\partial t} \quad (3.51)$$

The left side of Equation 3.51 evaluates the total membrane current i_m ,

whereas on the right side the first term represents the resistive component (formed by the ionic currents), and

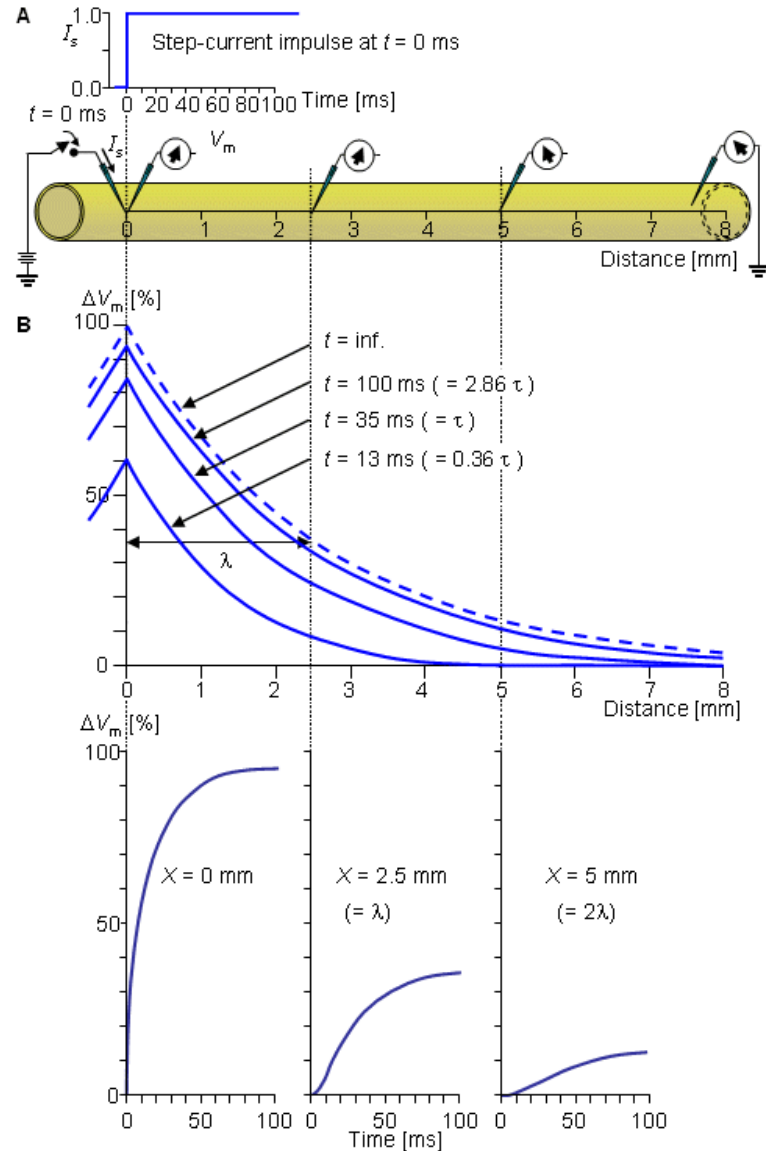
the second term the capacitive current which must now be included since $\partial/\partial t \neq 0$. Equation 3.51 may also be written in the form:

$$\frac{r_m}{r_i + r_o} \frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} = V' + r_m c_m \frac{\partial V'}{\partial t} \quad (3.52)$$

which can be easily expressed as

$$-\lambda^2 \frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \tau \frac{\partial V'}{\partial t} + V' = 0 \quad (3.53)$$

where $\tau = r_m c_m$ is the *time constant* of the membrane and λ is the *space constant* as defined in Equation 3.48.



Cable equation:

some value

$$-\lambda^2 \frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \tau \frac{\partial V'}{\partial t} + V' = 0$$

No-stimuli

Table 3.2. Cable constants for unmyelinated axons of different species

1D problem (very thin axon)

$\tau = r_m c_m$ is the *time constant*

$$\lambda = \sqrt{\frac{r_m}{r_i + r_o}} \approx \sqrt{\frac{r_m}{r_i}}$$

2D problem

$$\tau = R_m C_m$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{r_m}{r_i + r_o}} \approx \sqrt{\frac{r_m}{r_i}}$$

Quantity	Dimension	Species		
		Squid	Lobster	Crayfish
diameter	[μm]	500	75	30
characteristic length λ	[cm]	0.5	0.25	0.25
time constant τ	[ms]	0.5	0.25	0.25
specific resistance of the membrane *)	[$\text{k}\Omega \cdot \text{cm}^2$]	0.7	2.0	5.0
specific capacitance of the membrane *)	[$\mu\text{F}/\text{cm}^2$]	1	1	1

*) The specific resistance and specific capacitance of the membrane can be calculated from values of resistance and capacitance per unit length by use of the following:

$$R_m = 2\pi a r_m \quad (3.54)$$

$$C_m = c_m / (2\pi a) \quad (3.55)$$

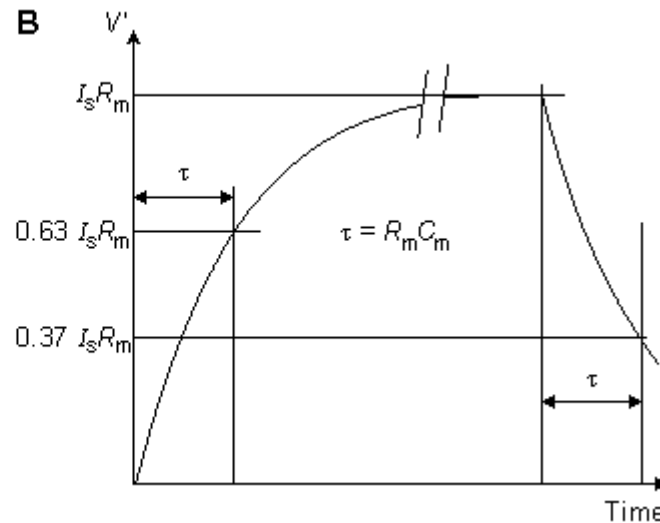
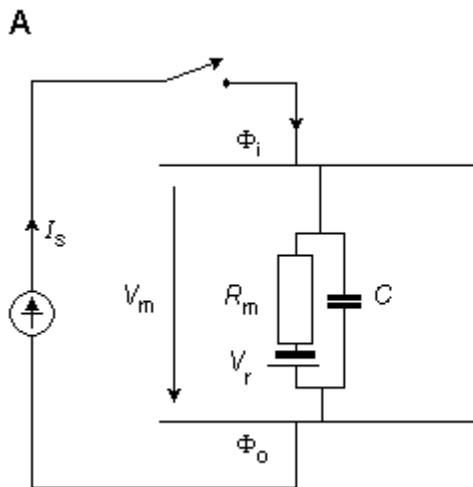
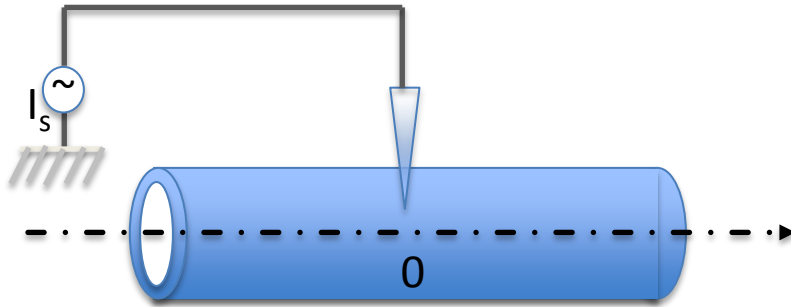
where R_m = specific resistance of the membrane (membrane resistance times unit area) [$\text{k}\Omega \cdot \text{cm}^2$]
 r_m = membrane resistance times unit length [$\text{k}\Omega \cdot \text{cm}$ axon length]
 C_m = specific capacitance of the membrane (membrane capacitance per unit area) [$\mu\text{F}/\text{cm}^2$]
 c_m = membrane capacitance per unit length [$\mu\text{F}/\text{cm}$ axon length]
 a = fiber radius [cm].

Cable Equation: strength-duration relation

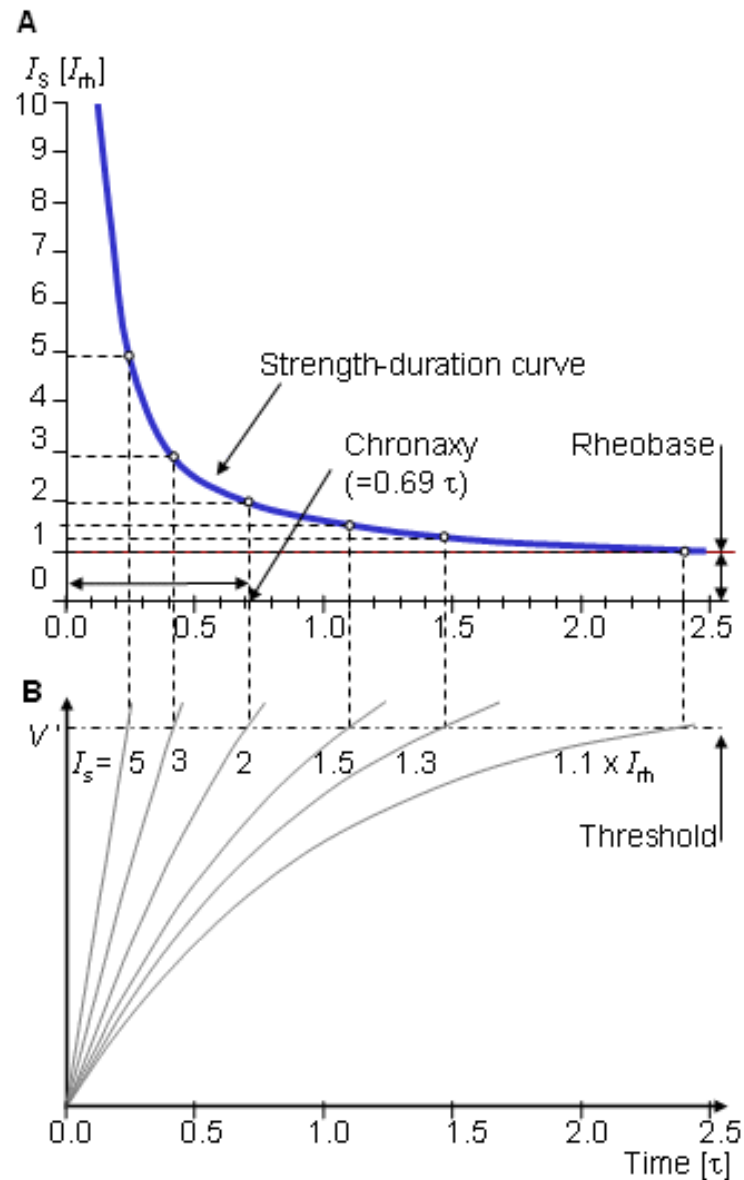
I_s is the stimulus current per unit area,

$$V' = I_s R_m (1 - e^{-t/\tau})$$

where V' = change in the membrane voltage [mV]
 I_s = stimulus current per unit area [$\mu\text{A}/\text{cm}^2$]
 R_m = membrane resistance times unit area [$\text{k}\Omega \cdot \text{cm}^2$]
 t = stimulus time [ms]
 τ = membrane time constant = $R_m C_m$ [ms]
 C_m = membrane capacitance per unit surface [$\mu\text{F}/\text{cm}^2$]



Cable Equation: strength-duration relation

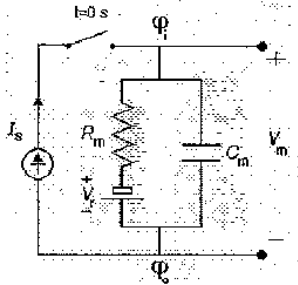


Ex_Membrane model

Quesito 1.

Punteggio:

Si consideri una porzione di una membrana cellulare appartenente ad un tessuto eccitabile, stimolata elettricamente mediante l'imposizione, in un istante $t=0$ s, di una corrente transmembrana continua I_s . Si assuma che il sistema in condizioni sottosoglia sia schematizzabile mediante il circuito elettrico equivalente riportato in figura. Si scriva l'espressione della funzione temporale che descrive la variazione V' del potenziale di membrana V_m rispetto al suo valore di riposo V_r in funzione dei dati del problema. Sapendo inoltre che $V_r = -94$ mV, si calcoli il minimo valore $I_{s,min}$ della corrente di stimolazione idealmente necessario affinché il potenziale di membrana raggiunga un valore di soglia di eccitazione $V_m = -50$ mV, nel caso in cui $R_m = 1$ k Ω e $C_m = 1$ μ F.



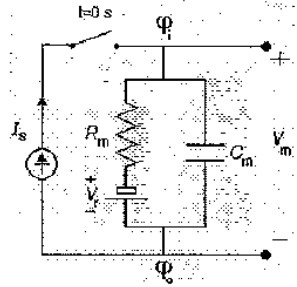
$$V' =$$
$$I_{s,min} =$$

Ex_Membrane model

Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri una porzione di una membrana cellulare appartenente ad un tessuto eccitabile, stimolata elettricamente mediante l'imposizione, in un istante $t=0$ s, di una corrente transmembrana continua I_s . Si assuma che il sistema in condizioni sottosegna sia schematizzabile mediante il circuito elettrico equivalente riportato in figura. Si scriva l'espressione della funzione che descrive la variazione V' del potenziale di membrana V_m rispetto al suo valore di riposo V_r in funzione dei dati del problema. Inoltre, se $V_r = -94$ mV, si calcoli il minimo valore $I_{s,min}$ della corrente di stimolazione idealmente necessario affinché il potenziale di membrana raggiunga un valore di soglia di eccitazione $V_m = -50$ mV, nel caso in cui $R_m = 1$ k Ω e $C_m = 1$ μ F.



$$V'(t) = I_s R_m (1 - e^{-t/R_m C_m})$$

$$V_m(t) = V_r + V'(t)$$

$$I_{s,min} = \frac{V'_{soglia}}{R_m (1 - e^{-t/R_m C_m})}$$

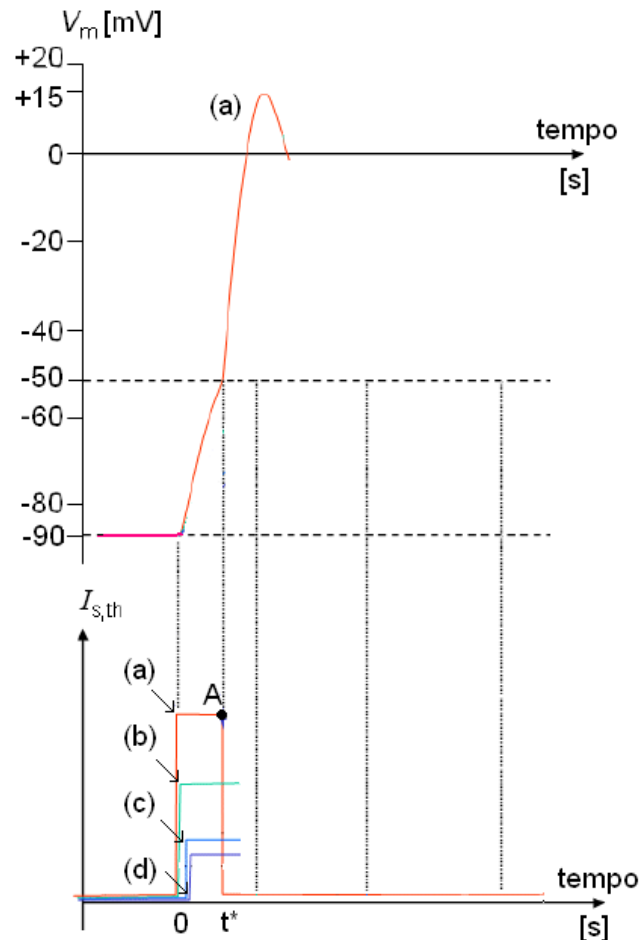
Per $V_m = -50$ mV $\Rightarrow V' = 44$ mV

I_s è minimo per $t \rightarrow \infty$ (corrente di base)
 $\Rightarrow I_{s,min} \triangleq I_{res} = V' / R_m = \frac{44 \text{ mV}}{1 \text{ k}\Omega} = 44 \mu\text{A}$

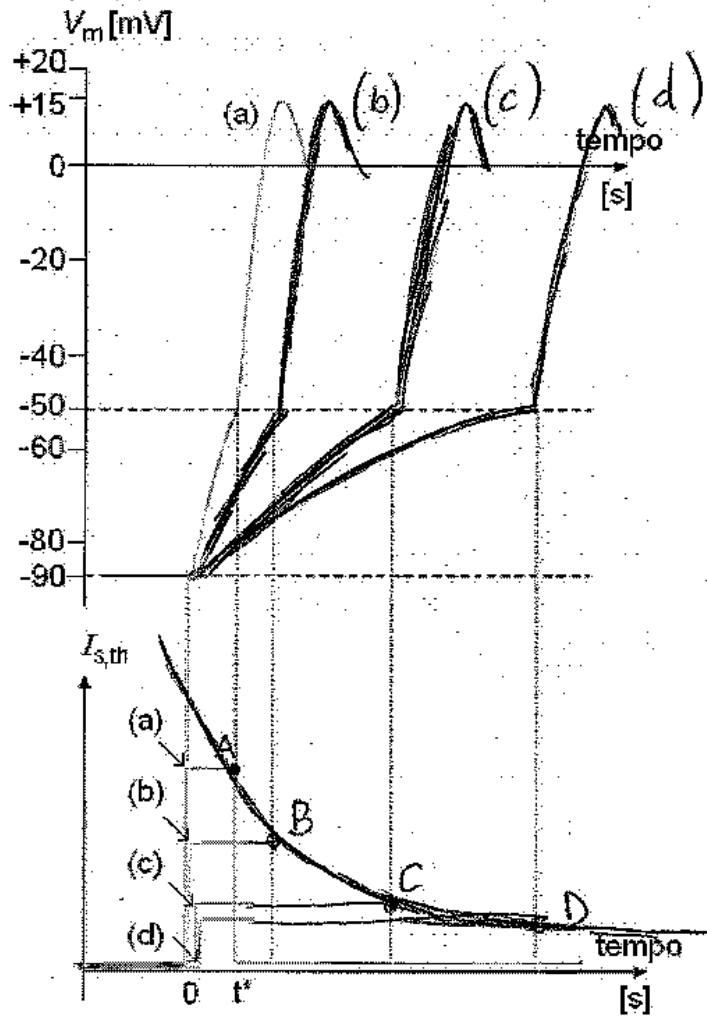
$V' =$	$I_s R_m (1 - e^{-t/R_m C_m})$
$I_{s,min} =$	$44 \mu\text{A}$

Ex_ Action potential

Si consideri una stimolazione elettrica di un assone, eseguita mediante impulsi di corrente aventi la minima durata necessaria al conseguimento dell'eccitazione dell'assone. La figura seguente mostra l'andamento del potenziale di membrana (fino ad un certo istante, successivo al punto di massima variazione) dovuto ad un impulso eccitatorio (a), che abbia una certa ampiezza $I_{s,th}$ e sia applicato tra gli istanti $t_0=0$ s e $t_1=t^*$. Nel diagramma $I_{s,th}$ -tempo, si consideri il punto A (indicato in figura) che sia appartenente, in relazione all'impulso (a), alla curva intensità-durata di stimolazione dell'assone. Posizionare nel diagramma altri tre punti B, C e D, che siano appartenenti a tale curva e siano rispettivamente relativi agli impulsi di corrente (b), (c) e (d), evidenziati nella figura stessa. Successivamente, si tracci un andamento ragionevole della curva intensità-durata di stimolazione.



Ex_ Action potential

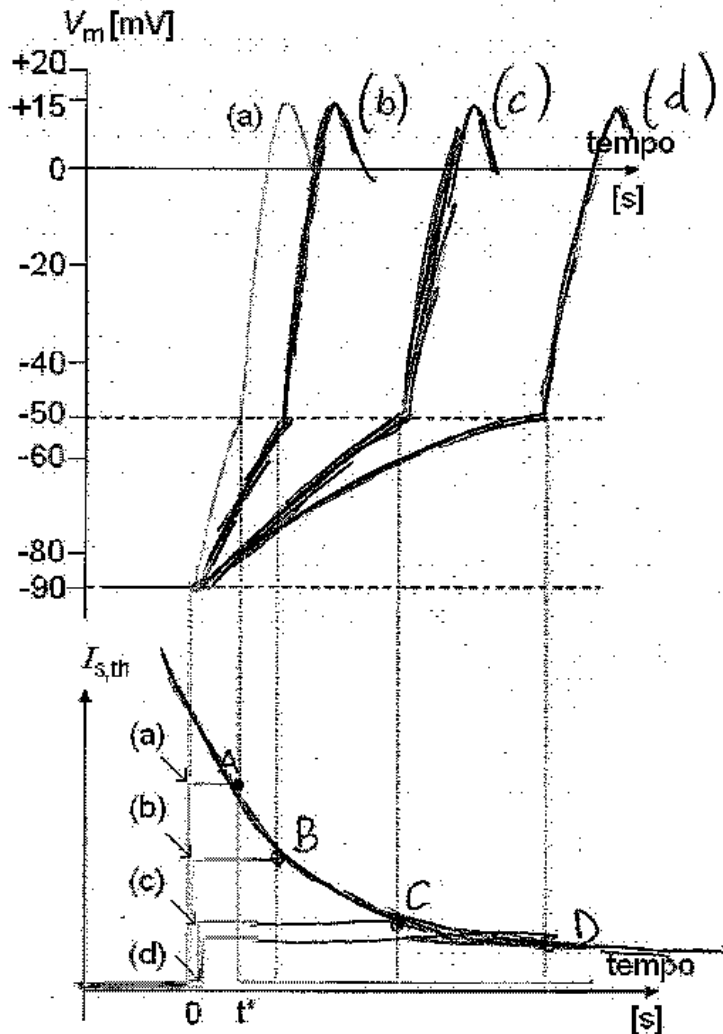


Ex_Action potential

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare il valore delle seguenti grandezze: la durata D della stimolazione (a), il potenziale di riposo V_r della membrana dell'assone, la tensione di soglia di eccitazione V_{th} e l'ampiezza del potenziale d'azione V_{pa} .



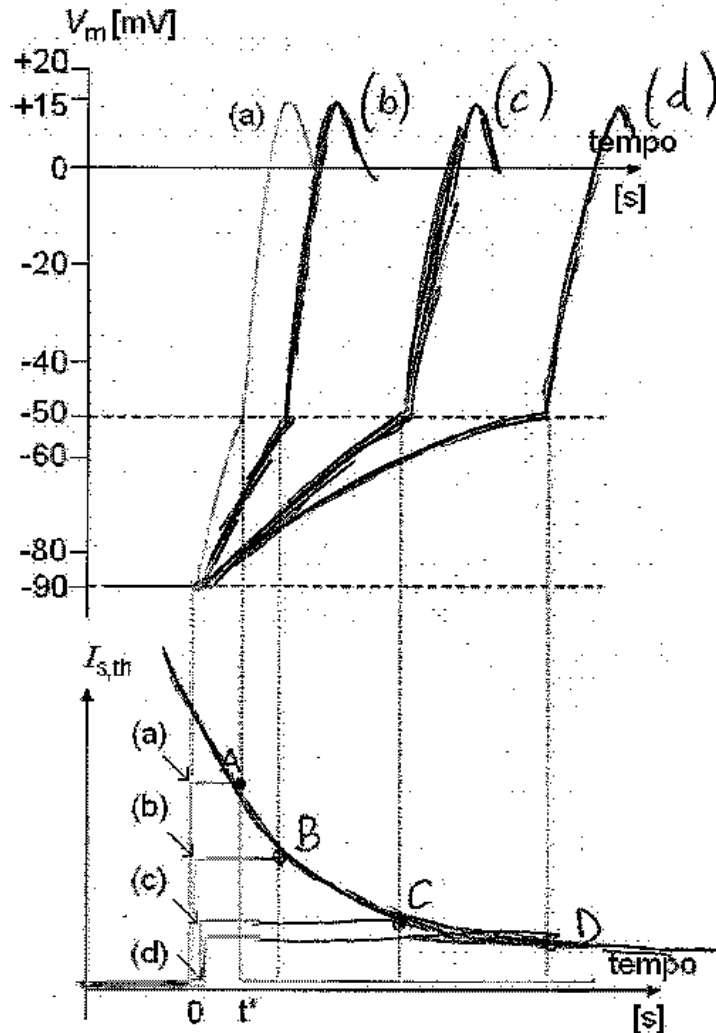
$D =$ _____
 $V_r =$ _____
 $V_{th} =$ _____
 $V_{pa} =$ _____

Ex_Action potential

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare il valore delle seguenti grandezze: la durata D della stimolazione (a), il potenziale di riposo V_r della membrana dell'assone, la tensione di soglia di eccitazione V_{th} e l'ampiezza del potenziale d'azione V_{pa} .



$D =$	t^*
$V_r =$	-90 mV
$V_{th} =$	-50 mV
$V_{pa} =$	65 mV

Ex_ Action potential

Quesito 5:

Punteggio:

Una stimolazione elettrica di uno stesso tessuto eccitabile sia effettuata mediante due tipologie di impulsi di corrente, aventi stessa ampiezza ma diverse durate D_1 e D_2 , tali che $D_1 > D_2$. Indicando rispettivamente con $I_{s,th1}$ e $I_{s,th2}$ le correnti di soglia di eccitazione relative alle due tipologie di impulsi, indicare (motivandola) la relazione attesa tra tali correnti di soglia.

$$I_{s,th1} > I_{s,th2}$$

$$I_{s,th2} > I_{s,th1}$$

Quesito 6:

Punteggio:

Si consideri una medesima stimolazione elettrica funzionale di un determinato muscolo scheletrico, ottenuta nei due casi seguenti:

Caso 1: stimolazione diretta del muscolo

Caso 2: stimolazione del relativo nervo motorio

In entrambi i casi la stimolazione sia eseguita mediante impulsi di corrente di durata pari a 1 ms. Sperimentalmente si registrano nei due casi due differenti valori della corrente di soglia di eccitazione. Sapendo che tali valori sono pari a 1 mA e 15 mA, indicare (motivandolo) a quale caso ciascuno di essi ragionevolmente si riferisce.

Caso 1

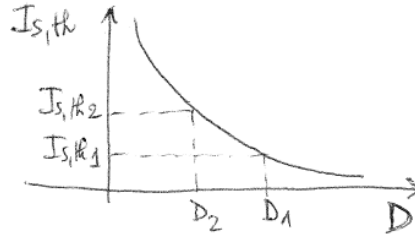
Caso 2

Ex_ Action potential

Quesito 5:

Punteggio:

Una stimolazione elettrica di uno stesso tessuto eccitabile sia effettuata mediante due tipologie di impulsi di corrente, aventi stessa ampiezza ma diverse durate D_1 e D_2 , tali che $D_1 > D_2$. Indicando rispettivamente con $I_{s,th1}$ e $I_{s,th2}$ le correnti di soglia di eccitazione relative alle due tipologie di impulsi, indicare (motivandola) la relazione attesa tra tali correnti di soglia.



$I_{s,th1} > I_{s,th2}$	<input type="checkbox"/>
$I_{s,th2} > I_{s,th1}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Punteggio:

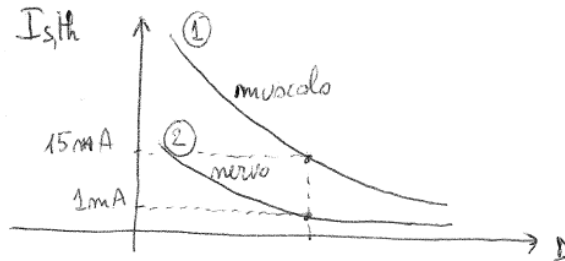
Quesito 6:

Si consideri una medesima stimolazione elettrica funzionale di un determinato muscolo scheletrico, ottenuta nei due casi seguenti:

Caso 1: stimolazione diretta del muscolo

Caso 2: stimolazione del relativo nervo motorio

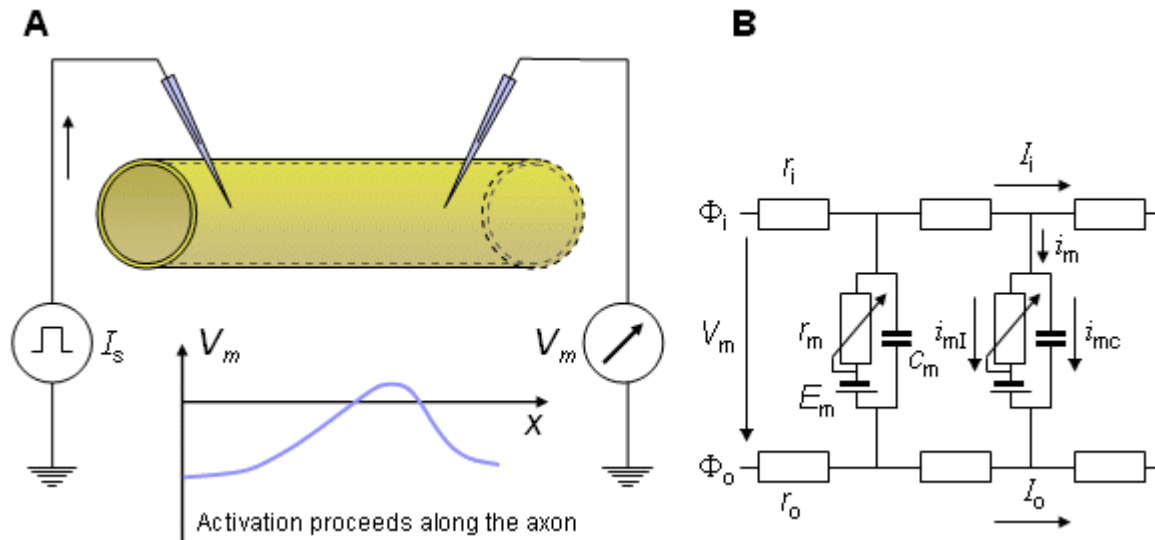
In entrambi i casi la stimolazione sia eseguita mediante impulsi di corrente di durata pari a 1 ms. Sperimentalmente si registrano nei due casi due differenti valori della corrente di soglia di eccitazione. Sapendo che tali valori sono pari a 1 mA e 15 mA, indicare (motivandolo) a quale caso ciascuno di essi ragionevolmente si riferisce.



Caso 1	15 mA
Caso 2	1 mA

Funzione attivazione

studiare conduttanza membrana



The total membrane current

$$i_m = i_{mI} + c_m \frac{\partial V_m}{\partial t} = \frac{1}{r_i + r_o} \frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2}$$

where

i_m = total transmembrane current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]

i_{mI} = ionic component of the transmembrane current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]

c_m = membrane capacitance per unit length [$\mu\text{F}/\text{cm}$ axon length]

V_m = membrane voltage [mV]

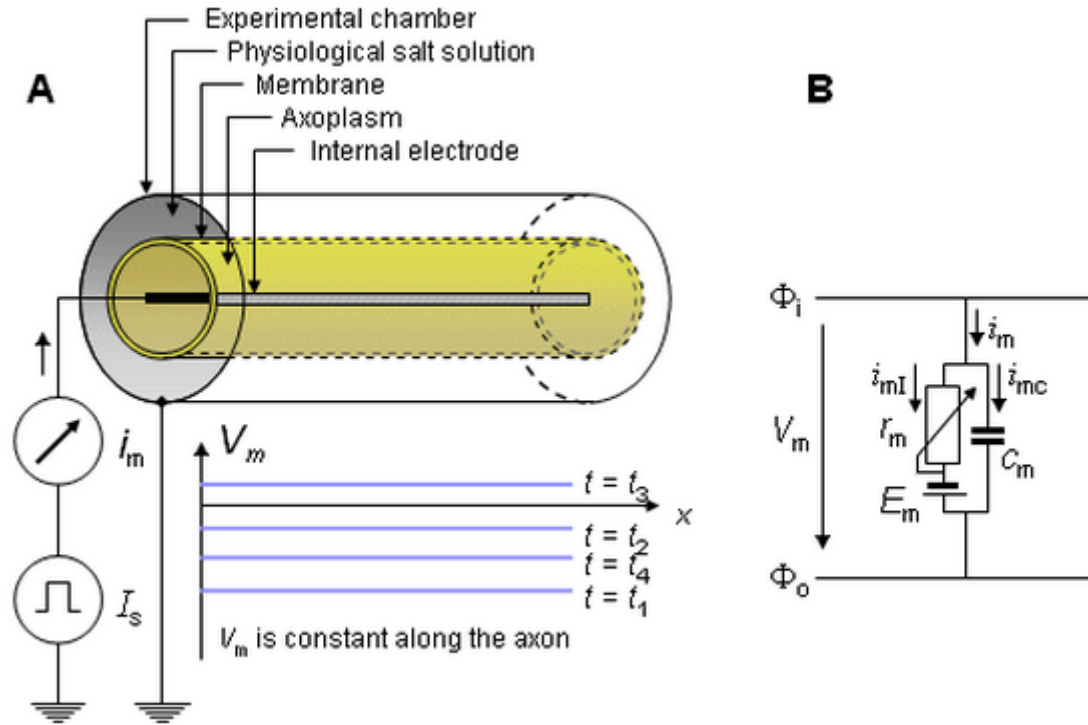
t = time [ms]

r_i = intracellular axial resistance per unit length of axon [k /cm axon length]

r_o = interstitial resistance per unit length [k /cm axon length]

x = distance [cm]

Funzione attivazione: space clamp



$$i_m = i_{mI} + c_m \frac{\partial V_m}{\partial t}$$

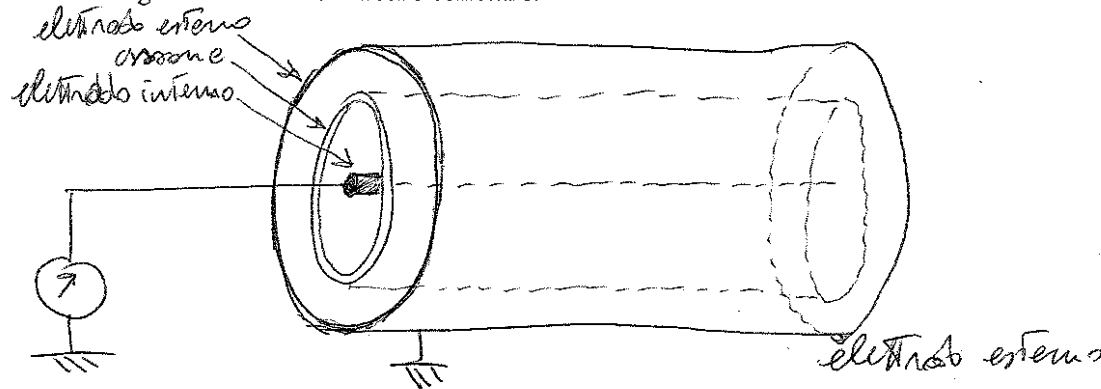
- where
- i_m = the total current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]
 - i_{mI} = the ionic current per unit length [$\mu\text{A}/\text{cm}$ axon length]
 - c_m = the capacitance of the preparation per unit length [$\mu\text{F}/\text{cm}$ axon length]

Ex_Space clamp

Quesito 3:

Punteggio:

In riferimento alla stimolazione elettrica di un assone, si fornisca una raffigurazione schematica della tecnica denominata "space clamp" e si indichi quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



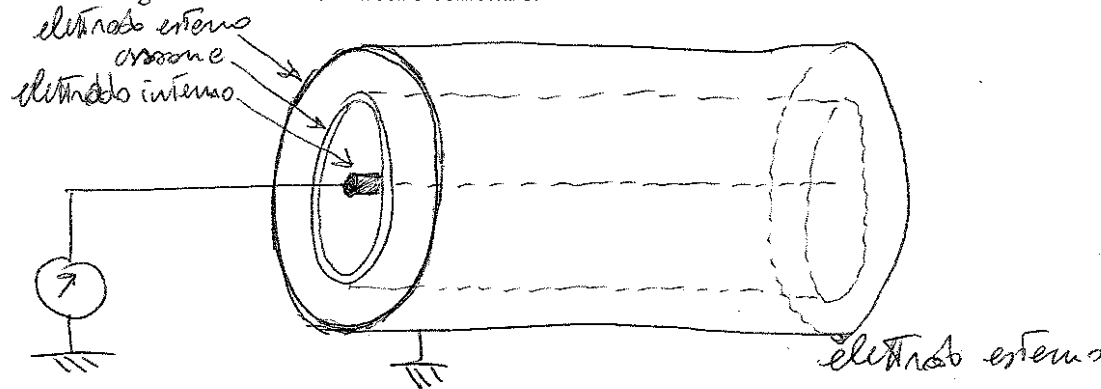
- La tecnica "space clamp" assicura una uniformità assiale del potenziale di membrana lungo l'assone
- La tecnica "space clamp" permette di evitare una uniformità assiale del potenziale di membrana lungo l'assone
- La tecnica "space clamp" assicura che il flusso di corrente sia diretto solo radialmente all'assone
- La tecnica "space clamp" permette di evitare che il flusso di corrente sia diretto solo radialmente all'assone
- La tecnica "space clamp" permette di studiare il sistema in una sola dimensione
- La tecnica "space clamp" permette di studiare il sistema in due dimensioni

Ex_Space clamp

Quesito 3:

Punteggio:

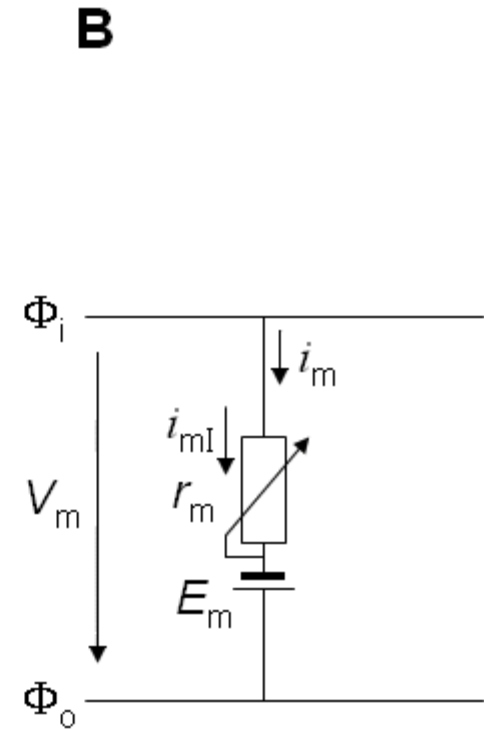
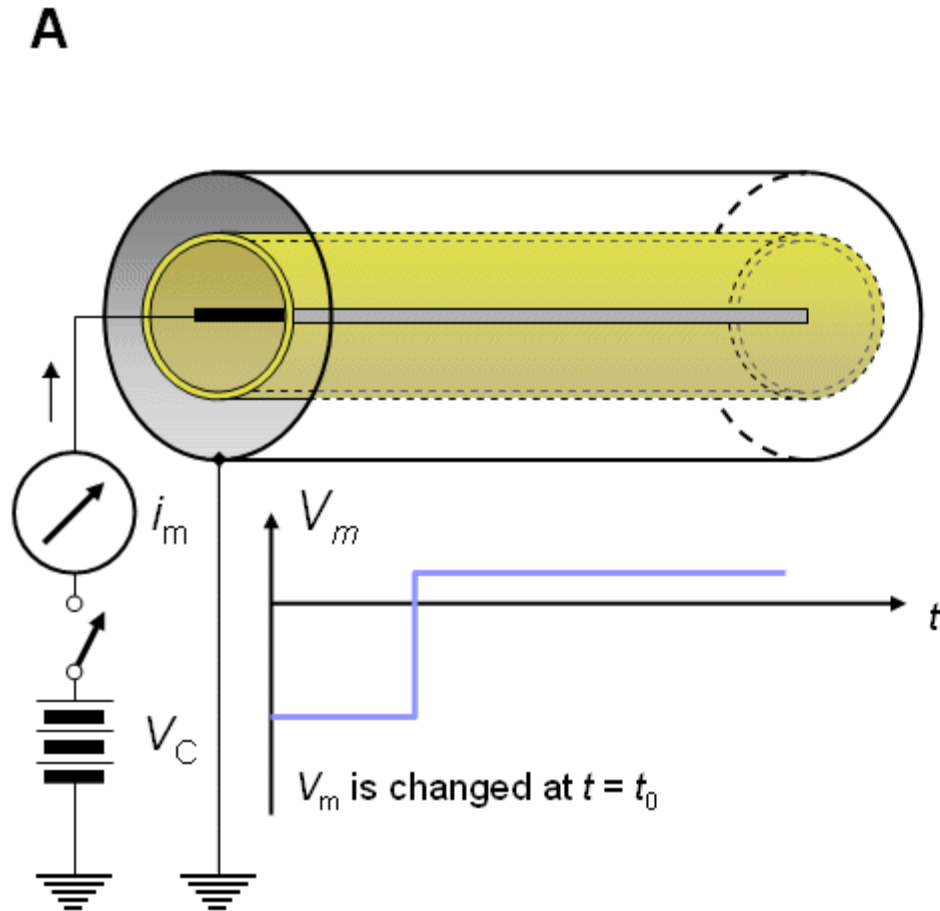
In riferimento alla stimolazione elettrica di un assone, si fornisca una raffigurazione schematica della tecnica denominata "space clamp" e si indichi quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



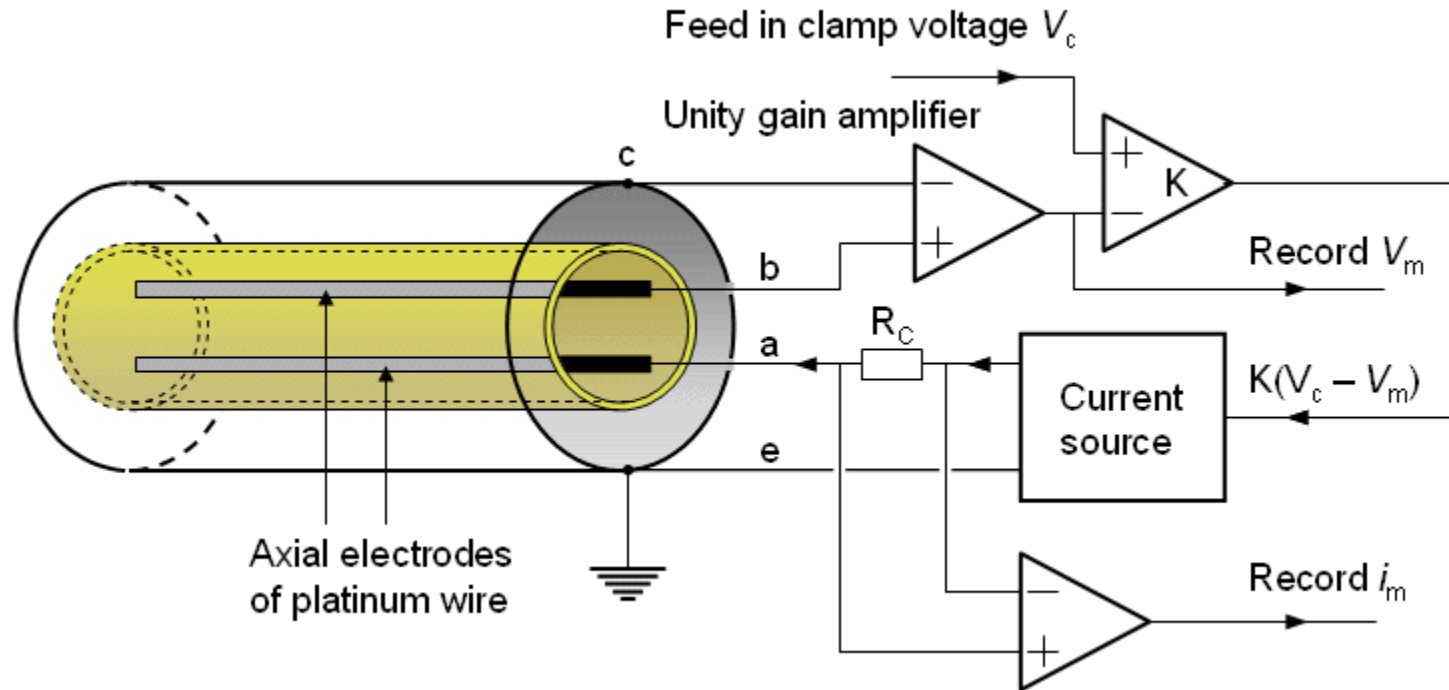
- La tecnica "space clamp" assicura una uniformità assiale del potenziale di membrana lungo l'assone
- La tecnica "space clamp" permette di evitare una uniformità assiale del potenziale di membrana lungo l'assone
- La tecnica "space clamp" assicura che il flusso di corrente sia diretto solo radialmente all'assone
- La tecnica "space clamp" permette di evitare che il flusso di corrente sia diretto solo radialmente all'assone
- La tecnica "space clamp" permette di studiare il sistema in una sola dimensione
- La tecnica "space clamp" permette di studiare il sistema in due dimensioni

Funzione attivazione:

Voltage clamp



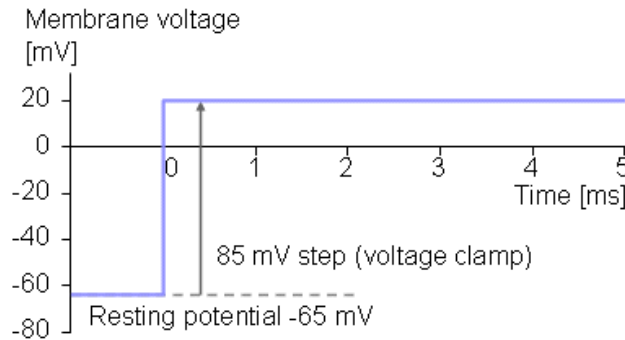
Funzione attivazione: Voltage clamp (REAL)



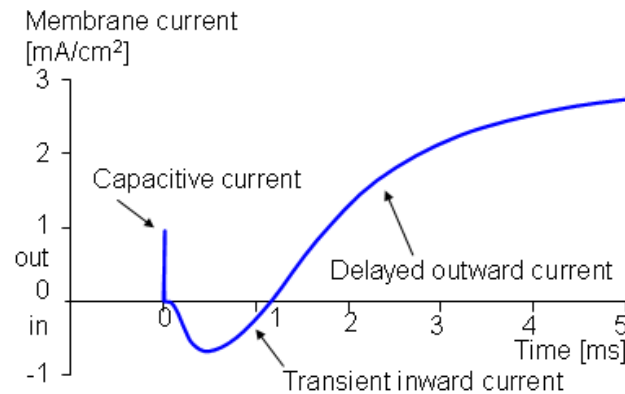
Voltage clamp : Sodium Nerst Voltage

Voltage step and membrane current in voltage clamp experiment

Potential inside the membrane

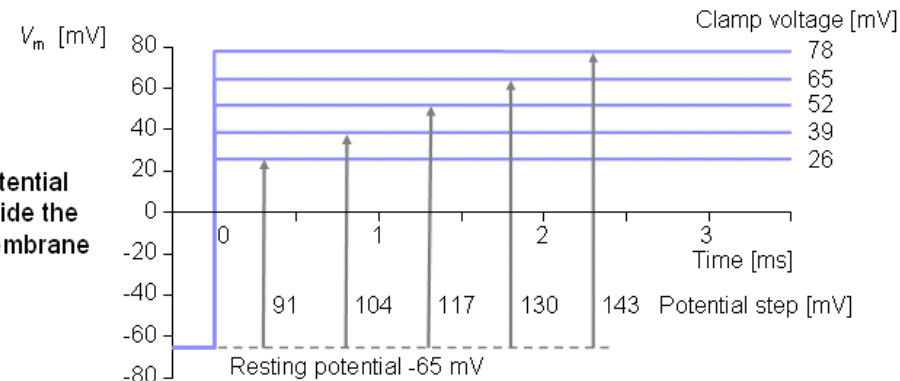


Measured trans-membrane current

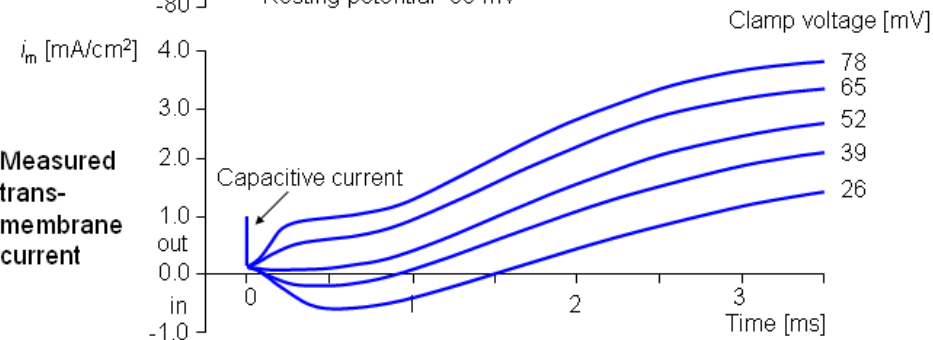


.A series of voltage clamp steps. Altering the ion concentrations

Potential inside the membrane

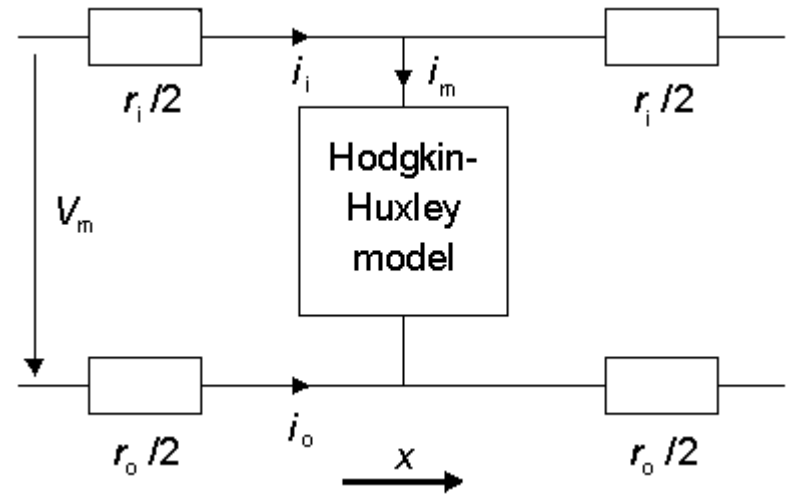
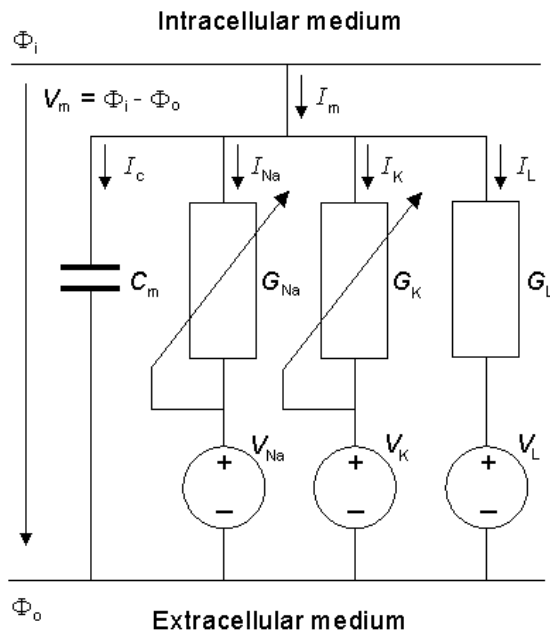


Measured trans-membrane current



The other ionic channels need to be blocked (es. with pharmacological agents)

HODGKIN-HUXLEY MEMBRANE MODEL



$$G_{Na} = \frac{I_{Na}}{V_m - V_{Na}}$$

$$V_{Na} = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{c_{i,Na}}{c_{o,Na}}$$

$$G_K = \frac{I_K}{V_m - V_K}$$

$$V_K = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{c_{i,K}}{c_{o,K}}$$

$$G_L = \frac{I_L}{V_m - V_L}$$

$$V_{Cl} = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{c_{i,Cl}}{c_{o,Cl}}$$

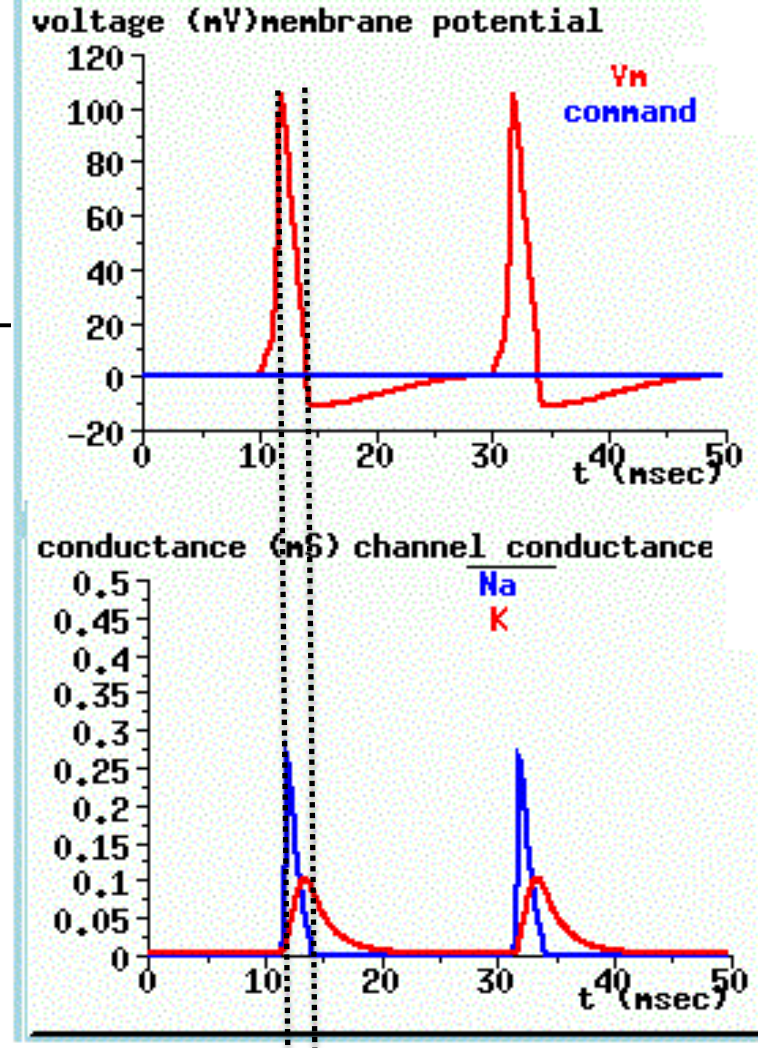
- where G_{Na} , G_K , G_L = membrane conductance per unit area for sodium, potassium, and other ions - referred to as the *leakage* conductance [S/cm^2]
 I_{Na} , I_K , I_L = the electric current carried by sodium, potassium and other ions (*leakage current*) per unit area [mA/cm^2]
 V_{Na} , V_K , V_L = Nernst voltage for sodium, potassium and other ions (*leakage voltage*) [mV]
 V_m = membrane voltage [mV]

HODGKIN-HUXLEY MEMBRANE MODEL

Quesito 5:

Punteggio:

Disegnare l'andamento qualitativo temporale delle conduttanze G_{Na} e G_K dei canali di membrana del sodio e del potassio, rispettivamente, a seguito di una depolarizzazione eccitatoria di una cellula eccitabile, che inizi in un istante $t=0$ s.



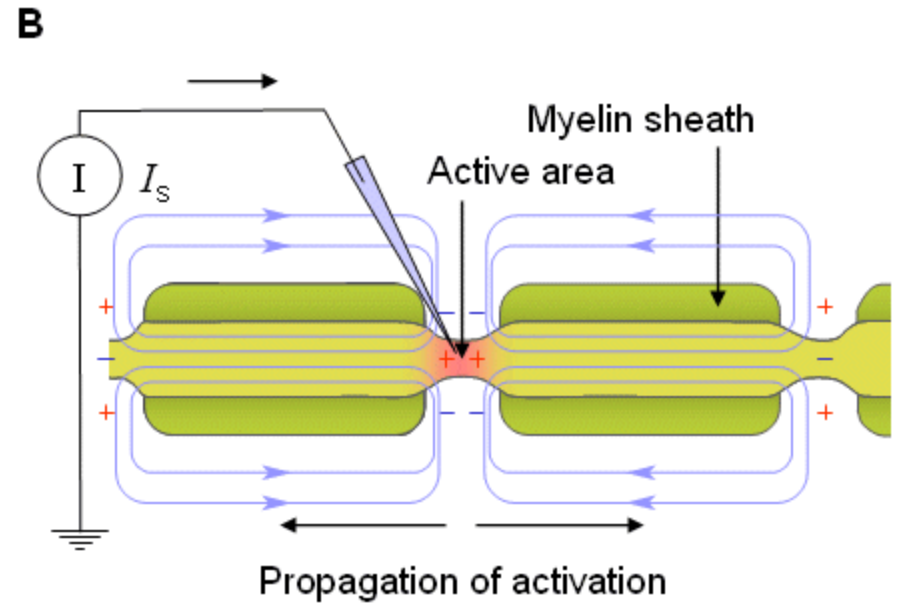
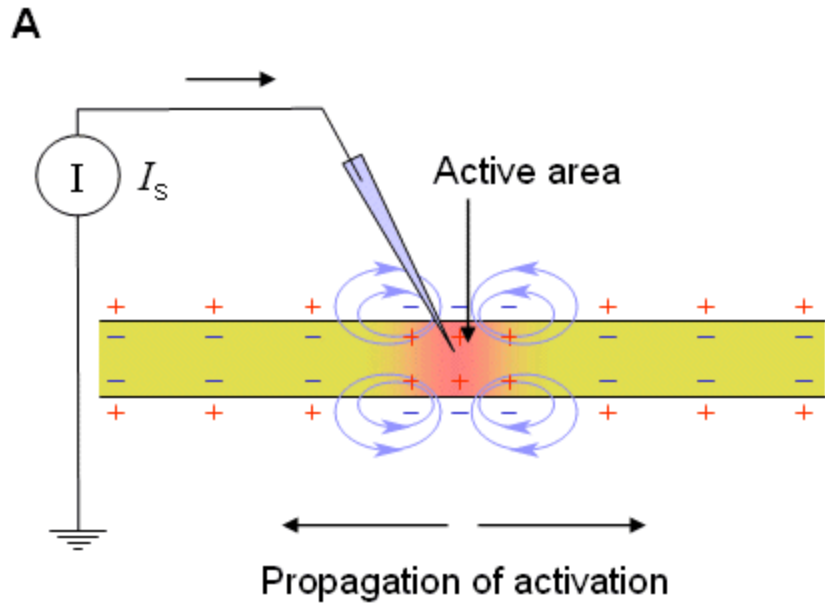
Potenziale d'azione

Biopotenziale	Ampiezza massima (ordine di grandezza)
Potenziale d'azione (AP)	1 mV
	10 mV
	100 mV

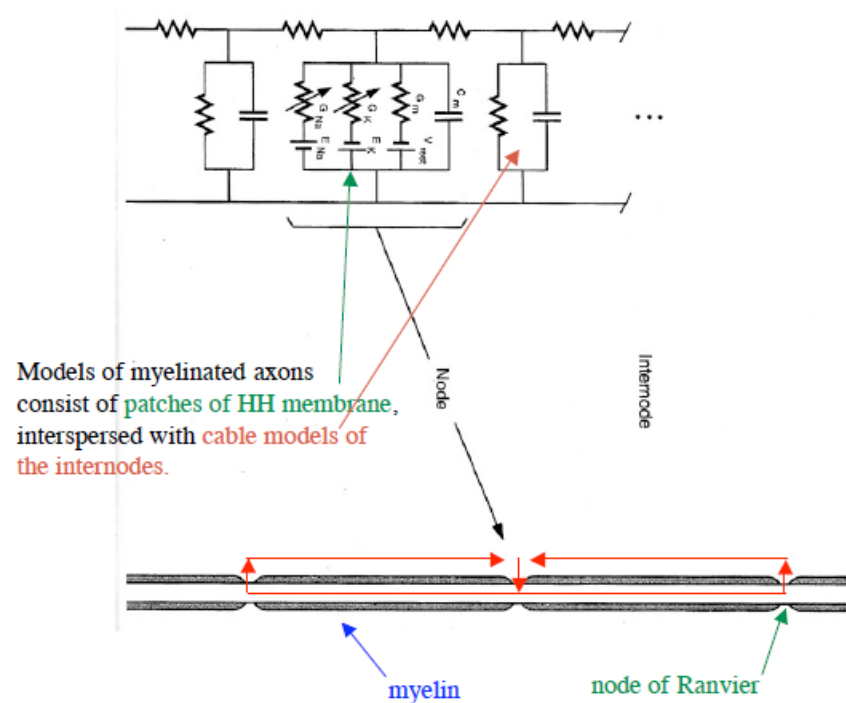
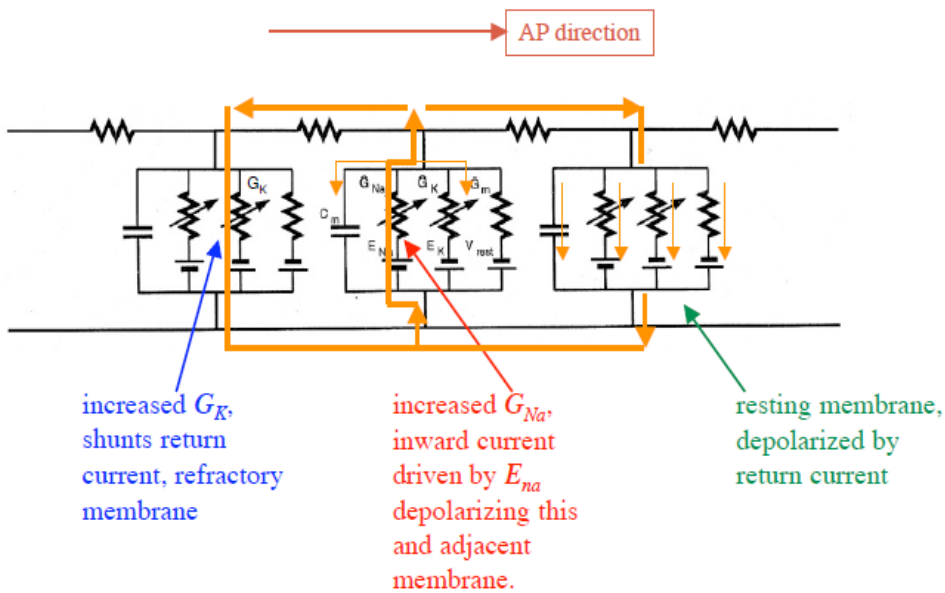
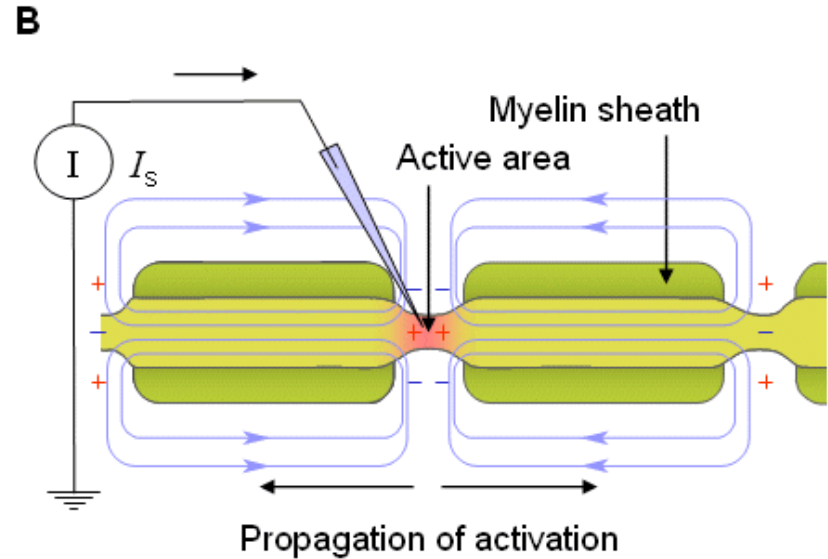
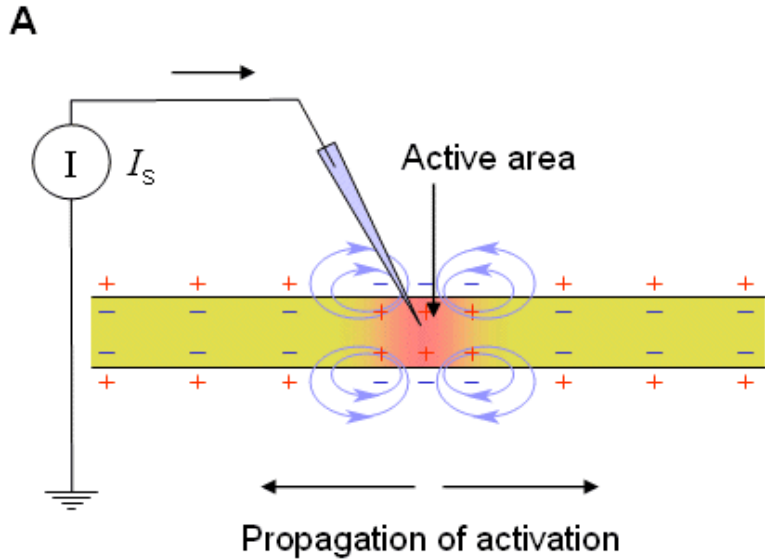
Potenziale d'azione

Biopotenziale	Ampiezza massima (ordine di grandezza)	
Potenziale d'azione (AP)	1 mV	
	10 mV	
	100 mV	X

Propagazione impulso



Propagazione impulso



Ex_ Modello Nervo Mielinato

Quesito 2:

Punteggio:

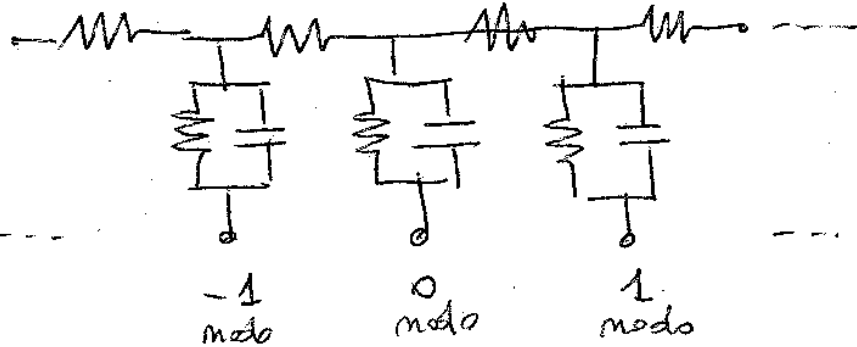
Disegnare un circuito elettrico equivalente per un assone mielinato stimolato in condizioni sottosoglia da una sorgente puntiforme di corrente, posta in corrispondenza ad un nodo di Ranvier.

Ex_ Modello Nervo Mielinato

Punteggio:

Quesito 2:

Disegnare un circuito elettrico equivalente per un assone mielinato stimolato in condizioni sottosoglia da una sorgente puntiforme di corrente, posta in corrispondenza ad un nodo di Ranvier.

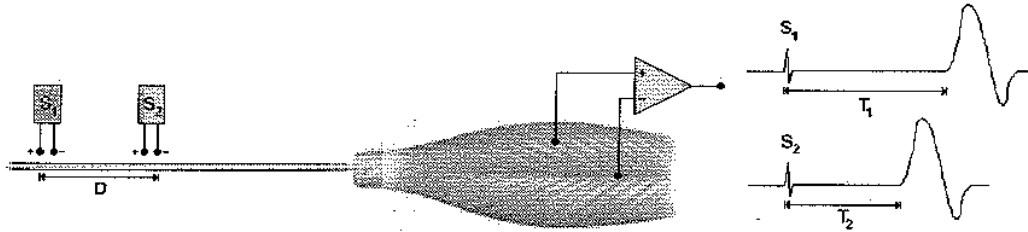


Ex __ Velocità conduzione

Punteggio:

Quesito 2:

Si consideri una misura elettroencefalografica per la determinazione della velocità di conduzione di un nervo motorio, secondo lo schema riportato in figura. In particolare, il nervo viene stimolato mediante due sorgenti S_1 e S_2 , separate da una distanza $D=1$ cm. Il potenziale elettrico evocato nel muscolo da ciascuna sorgente viene registrato in uno stesso punto, ottenendo i due segnali temporali rappresentati in figura. Si registrano le seguenti latenze con cui il potenziale muscolare si presenta rispetto all'istante di stimolazione: $T_1=15$ ms e $T_2=5$ ms. Calcolare la velocità di conduzione media v_c del nervo.



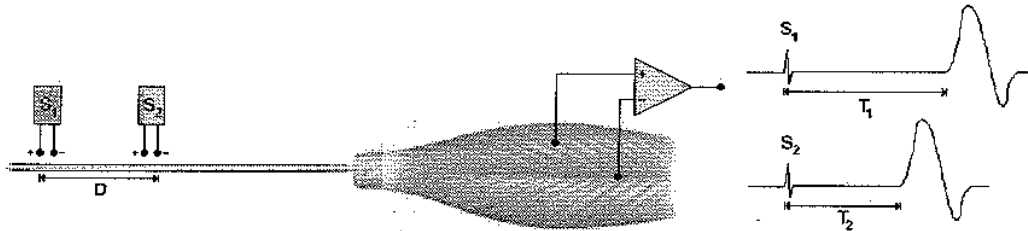
$$v_c =$$

Ex __ Velocità conduzione

Punteggio:

Quesito 2:

Si consideri una misura elettro-neurografica per la determinazione della velocità di conduzione di un nervo motorio, secondo lo schema riportato in figura. In particolare, il nervo viene stimolato mediante due sorgenti S_1 e S_2 , separate da una distanza $D=1$ cm. Il potenziale elettrico evocato nel muscolo da ciascuna sorgente viene registrato in uno stesso punto, ottenendo i due segnali temporali rappresentati in figura. Si registrano le seguenti latenze con cui il potenziale muscolare si presenta rispetto all'istante di stimolazione: $T_1=15$ ms e $T_2=5$ ms. Calcolare la velocità di conduzione media v_c del nervo.



$$v_c = \frac{D}{T_1 - T_2} = \frac{10^{-2}}{10 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ m/s}$$

$$v_c = \boxed{1 \text{ m/s}}$$

Funzione d'attivazione

(FES)

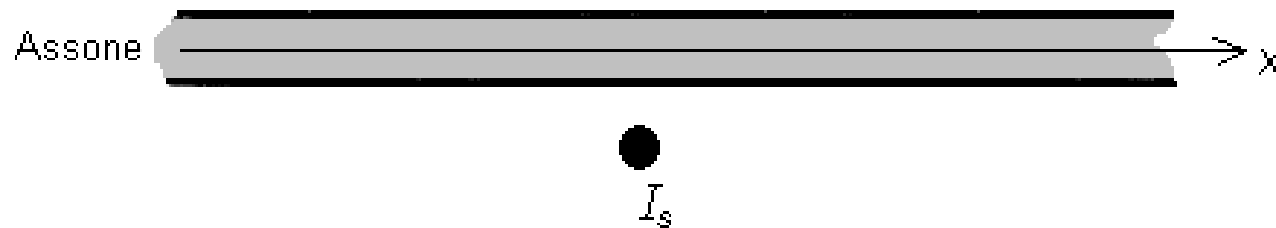
$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} + \psi' \frac{\partial V}{\partial t} + V \psi' = \hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Ex_ Funzione d'attivazione

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri una stimolazione elettrica di un assone mediante un elettrodo puntiforme extracellulare, come schematizzato in figura. L'elettrodo eroghi una corrente $I_s > 0$. Disegnare l'andamento qualitativo, in funzione della coordinata x parallela all'assone, del potenziale extracellulare e della funzione d'attivazione.

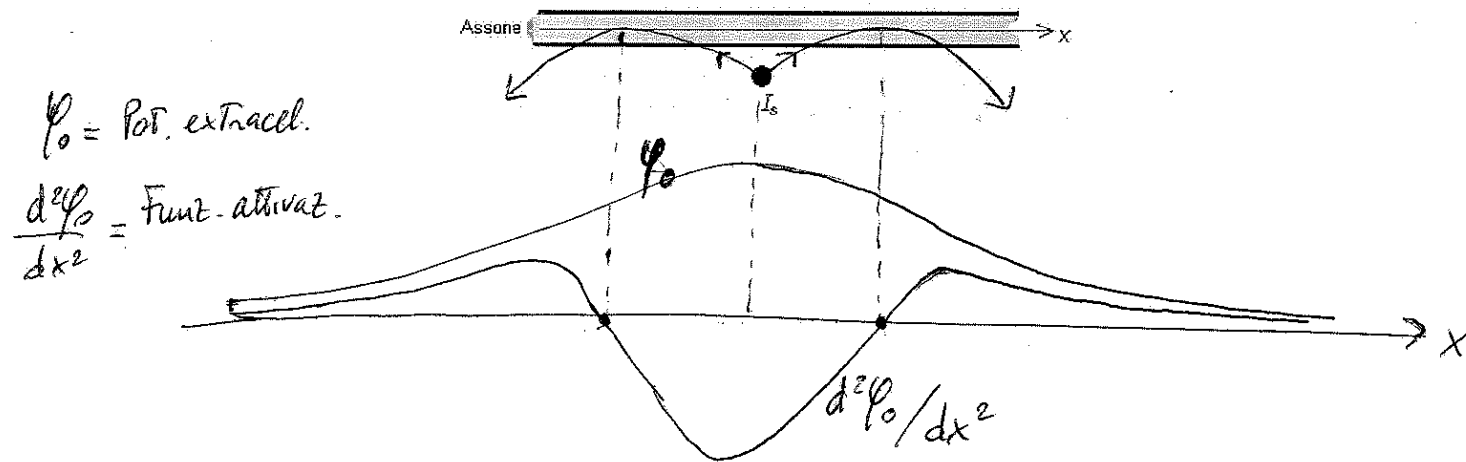


Ex_ Funzione d'attivazione

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri una stimolazione elettrica di un assone mediante un elettrodo puntiforme extracellulare, come schematizzato in figura. L'elettrodo eroghi una corrente $I_s > 0$. Disegnare l'andamento qualitativo, in funzione della coordinata x parallela all'assone, del potenziale extracellulare e della funzione d'attivazione.



Ex_ Funzione d'attivazione

Punteggio:

Quesito 6:

Ai fini di una stimolazione elettrica di un assone mediante una coppia di elettrodi extracellulari, si considerino i due casi seguenti rappresentati in figura:

Caso (a): elettrodi posizionati longitudinalmente rispetto all'assone;

Caso (b): elettrodi posizionati trasversalmente rispetto all'assone.

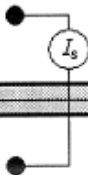
Sulla base della sola disposizione geometrica degli elettrodi (prescindendo dai parametri elettrici di stimolazione) indicare (motivandolo) in quale dei due casi la stimolazione può ragionevolmente risultare più efficace.

(a)



Assone $\rightarrow x$

(b)



Assone $\rightarrow x$

Caso (a)

Caso (b)

Ex_Funzione d'attivazione

Punteggio:

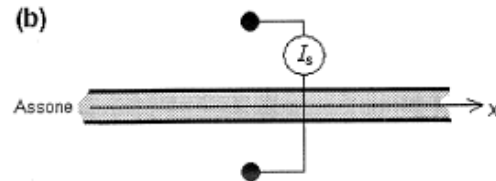
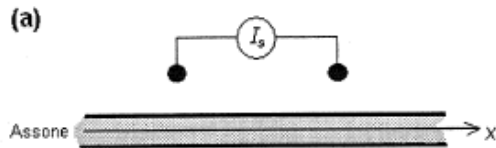
Quesito 6:

Ai fini di una stimolazione elettrica di un assone mediante una coppia di elettrodi extracellulari, si considerino i due casi seguenti rappresentati in figura:

Caso (a): elettrodi posizionati longitudinalmente rispetto all'assone;

Caso (b): elettrodi posizionati trasversalmente rispetto all'assone.

Sulla base della sola disposizione geometrica degli elettrodi (prescindendo dai parametri elettrici di stimolazione) indicare (motivandolo) in quale dei due casi la stimolazione può ragionevolmente risultare più efficace.



La funzione di attivazione
$$\partial^2 - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

risulta ragionevolmente migliore
nel caso (a) piuttosto che nel
caso (b)

Caso (a)



Caso (b)



Ex_ Funzione d'attivazione

Quesito 4:

Punteggio:

Si consideri un assone non mielinato, avente costante di spazio λ , al cui esterno sia presente una distribuzione di potenziale elettrico definita dalla seguente funzione di una coordinata spaziale x parallela all'assone: $\varphi_o(x) = \varphi_o(0)e^{-x/\lambda}$ per $x \geq 0$. Determinare l'espressione della relativa funzione di attivazione. Si calcoli inoltre il valore di tale funzione in $x=1$ cm, nel caso in cui $\lambda=0.5$ cm e $\varphi_o(0)=e^2$ V.

Funzione di attivazione =

Funzione di attivazione $\Big|_{x=1\text{cm}} =$

Quesito 5:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, si disegni in modo indicativo l'andamento, lungo la coordinata spaziale x , sia del potenziale elettrico che della funzione di attivazione.

(per $x \geq 0$)

Ex_ Funzione d'attivazione

Quesito 4:

Punteggio:

Si consideri un assone non mielinato, avente costante di spazio λ , al cui esterno sia presente una distribuzione di potenziale elettrico definita dalla seguente funzione di una coordinata spaziale x parallela all'assone: $\varphi_o(x) = \varphi_o(0)e^{-x/\lambda}$ per $x \geq 0$. Determinare l'espressione della relativa funzione di attivazione. Si calcoli inoltre il valore di tale funzione in $x=1$ cm, nel caso in cui $\lambda=0.5$ cm e $\varphi_o(0)=e^2$ V.

$$F.A. \cong \frac{\lambda^2 \partial^2 \varphi_o(x)}{\partial x^2} = \lambda^2 \varphi_o(0) \left(-\frac{1}{\lambda}\right)^2 e^{-x/\lambda} = \varphi_o(0) e^{-x/\lambda}$$

Per $x=1$ cm:

$$F.A. = e^2 \cdot e^{-2} = 1 \text{ V}$$

Funzione di attivazione =

$$\varphi_o(0) e^{-x/\lambda}$$

Funzione di attivazione $|_{x=1\text{cm}} =$

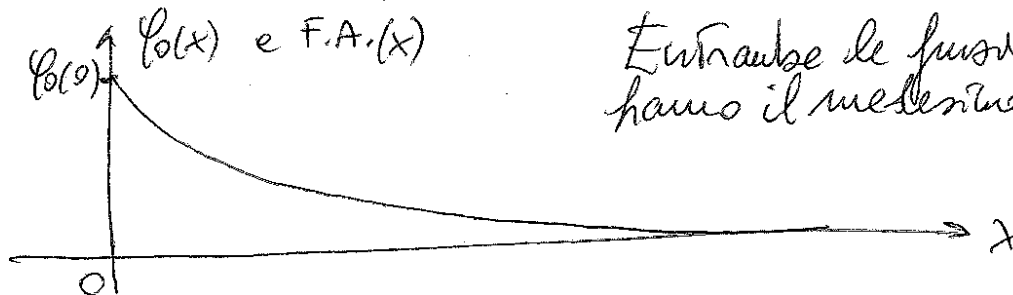
$$1 \text{ V}$$

Quesito 5:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, si disegni in modo indicativo l'andamento, lungo la coordinata spaziale x , sia del potenziale elettrico che della funzione di attivazione.

(per $x \geq 0$)

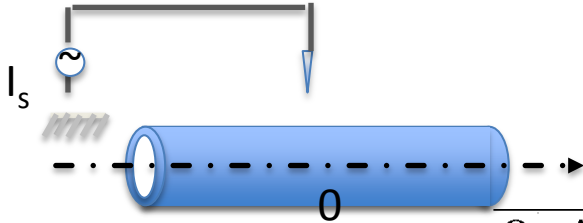


Entrambe le funzioni hanno il medesimo andamento.

ASSONE



Ex_ Stimolazione Catodica e Anodica



Quesito 5:

Punteggio:

Si consideri una stimolazione elettrica di una fibra nervosa non mielinata, eseguita mediante una sorgente puntuale monopolare, nei due casi seguenti:

Caso (a): stimolazione catodica

Caso (b): stimolazione anodica.

In entrambi i casi la stimolazione viene eseguita mediante una corrente costante di valore assoluto $|I_s| = 1$ mA. E' noto che nei due casi si hanno, lungo l'assone, due differenti valori di picco positivo della funzione di attivazione V_{eq} , pari a 0.05 mV e 0.2 mV. Indicare (motivandolo) a quale caso ciascuno di tali valori ragionevolmente si riferisce.

Caso (a)

Caso (b)

Quesito 6:

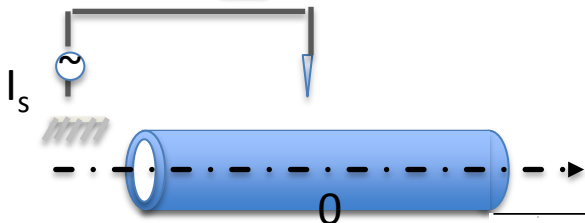
Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare (motivandolo) quale deve essere ragionevolmente la relazione qualitativa tra le diverse ampiezze della corrente di stimolazione che permettono, nei due casi considerati, di eguagliare il valore di picco positivo (a prescindere dalla sua posizione) della funzione di attivazione.

$$|I_s|_{\text{caso}(a)} < |I_s|_{\text{caso}(b)}$$

$$|I_s|_{\text{caso}(a)} > |I_s|_{\text{caso}(b)}$$

Ex_ Stimolazione Catodica e Anodica



Quesito 5:

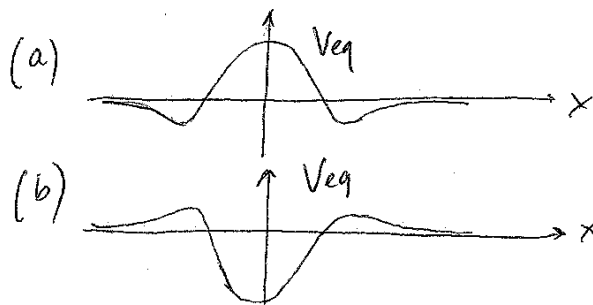
Punteggio:

Si consideri una stimolazione elettrica di una fibra nervosa non mielinata, eseguita mediante una sorgente puntuale monopolare, nei due casi seguenti:

Caso (a): stimolazione catodica

Caso (b): stimolazione anodica.

In entrambi i casi la stimolazione viene eseguita mediante una corrente costante di valore assoluto $|I_s| = 1 \text{ mA}$. E' noto che nei due casi si hanno, lungo l'assone, due differenti valori di picco positivo della funzione di attivazione V_{eq} , pari a 0.05 mV e 0.2 mV . Indicare (motivandolo) a quale caso ciascuno di tali valori ragionevolmente si riferisce.

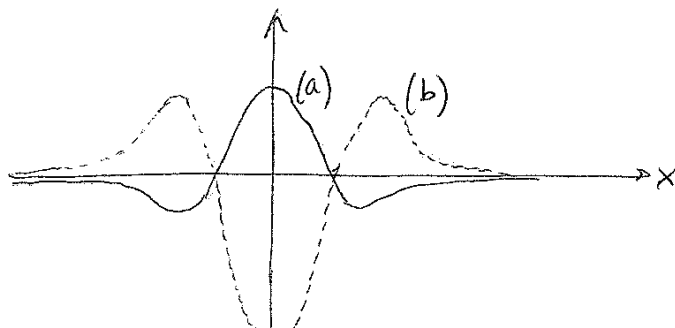


Caso (a)	0.2 mV
Caso (b)	0.05 mV

Quesito 6:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare (motivandolo) quale deve essere ragionevolmente la relazione qualitativa tra le diverse ampiezze della corrente di stimolazione che permettono, nei due casi considerati, di eguagliare il valore di picco positivo (a prescindere dalla sua posizione) della funzione di attivazione.



$ I_s _{\text{caso(a)}} < I_s _{\text{caso(b)}}$	X
$ I_s _{\text{caso(a)}} > I_s _{\text{caso(b)}}$	

Ex_ Stimolazione Catodica e Anodica

Quesito 3:

Punteggio: _____

Si consideri la stimolazione di una fibra nervosa attuata mediante una coppia di elettrodi, il cui catodo sia alloggiato su di un manicotto isolante che avvolge la fibra secondo lo schema riportato in figura, rappresentante una sezione del sistema in esame. Si supponga che la stimolazione sia tale da indurre la generazione di un potenziale d'azione nella porzione della fibra sottostante il catodo. Tale configurazione sia adottata per realizzare una stimolazione unidirezionale della fibra, operando un blocco della propagazione del potenziale d'azione in uno dei due possibili versi. Indicare in quale verso è ragionevole che si realizzi il blocco della propagazione, motivando la risposta mediante la rappresentazione dell'andamento qualitativo atteso per la funzione di attivazione $d^2\phi_0/dx^2$.

Blocco della propagazione verso sinistra

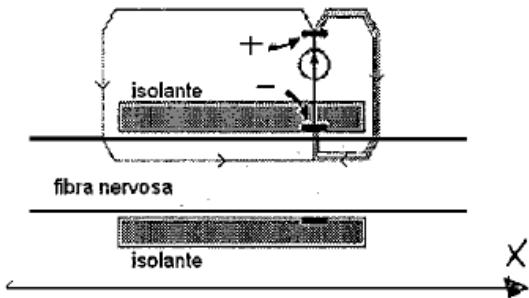
Blocco della propagazione verso destra

Ex_ Stimolazione Catodica e Anodica

Quesito 3:

Punteggio:

Si consideri la stimolazione di una fibra nervosa attuata mediante una coppia di elettrodi, il cui catodo sia alloggiato su di un manicotto isolante che avvolge la fibra secondo lo schema riportato in figura, rappresentante una sezione del sistema in esame. Si supponga che la stimolazione sia tale da indurre la generazione di un potenziale d'azione nella porzione della fibra sottostante il catodo. Tale configurazione sia adottata per realizzare una stimolazione unidirezionale della fibra, operando un blocco della propagazione del potenziale d'azione in uno dei due possibili versi. Indicare in quale verso è ragionevole che si realizzi il blocco della propagazione, motivando la risposta mediante la rappresentazione dell'andamento qualitativo atteso per la funzione di attivazione $d^2\phi_0/dx^2$.



Blocco della propagazione verso sinistra

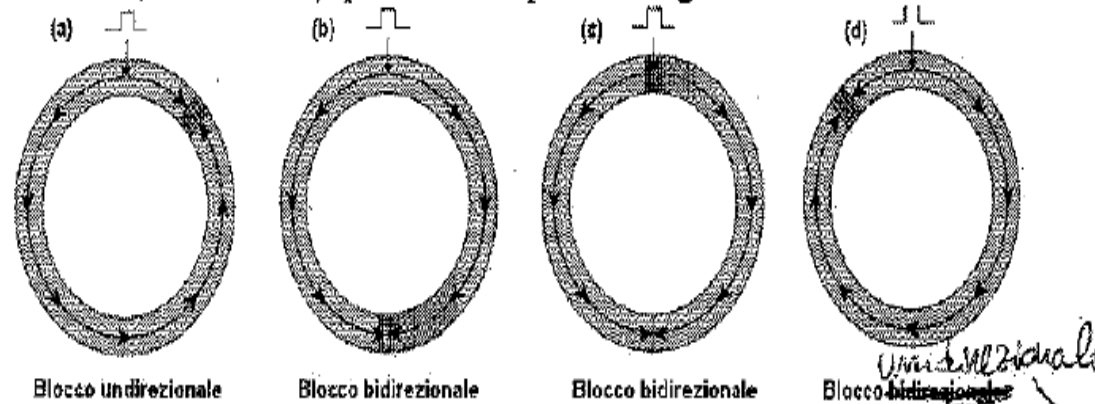
Blocco della propagazione verso destra

EX ___ Fibrillazione

Punteggio:

Quesito 4:

Si considerino i quattro casi riportati in figura che schematizzano differenti situazioni possibili per anello di tessuto cardiaco stimolato nel punto indicato. In ciascun caso, la porzione di anello evidenziata schematizza una regione di blocco che impedisce l'eccitazione del tessuto e la propagazione dell'onda di depolarizzazione, in modo unidirezionale o bidirezionale (come riportato nella figura stessa). Indicare (motivandolo) quale/i caso/i possono ragionevolmente determinare l'insorgenza di una fibrillazione.



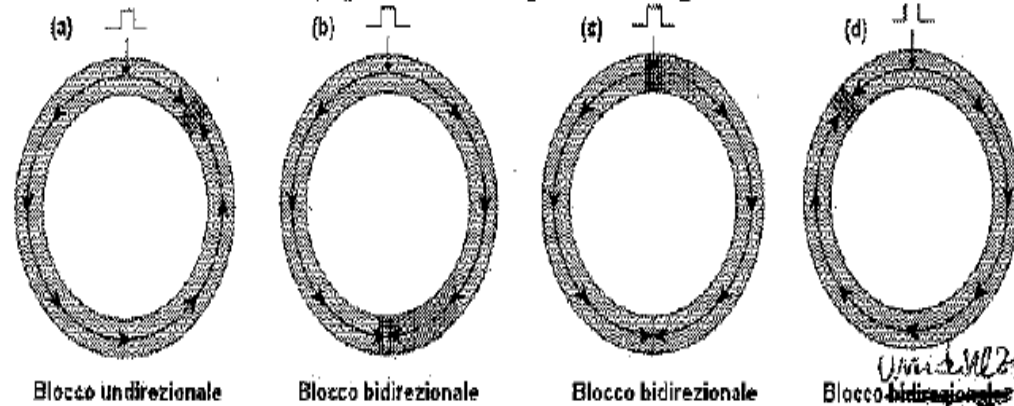
- Caso (a)
- Caso (b)
- Caso (c)
- Caso (d)

EX ___ Fibrillazione

Punteggio:

Quesito 4:

Si considerino i quattro casi riportati in figura che schematizzano differenti situazioni possibili per anello di tessuto cardiaco stimolato nel punto indicato. In ciascun caso, la porzione di anello evidenziata schematizza una regione di blocco che impedisce l'eccitazione del tessuto e la propagazione dell'onda di depolarizzazione, in modo unidirezionale o bidirezionale (come riportato nella figura stessa). Indicare (motivandolo) quale/i caso/i possono ragionevolmente determinare l'insorgenza di una fibrillazione.



↓
fibrillaz.

↓
No fibrill.
(perché non si ha
propagazione bidirez.
oltre il blocco)

↓
No fibrill.
(perché non si
ha nemmeno
eccitazione)

↓
fibrill.

Caso (a)	X
Caso (b)	
Caso (c)	
Caso (d)	X

EX ___ Fibrillazione

Quesito 4:

Punteggio:

Si consideri l'applicazione, per almeno 3 s, di una tensione sinusoidale V con frequenza 50 Hz e valore efficace 220 V, stabilita tra le due mani di un essere umano. E' ragionevole attendersi che la resistenza corporea R vista tra i due punti di applicazione della tensione possa variare anche considerevolmente in relazione allo stato di idratazione della pelle del soggetto. A tale riguardo, si considerino i due seguenti casi:

- caso (a): pelle secca, tale che $R=100\text{ k}\Omega$

- caso (b): pelle fortemente umida, tale che $R=1\text{ k}\Omega$

Calcolare l'ampiezza I della corrente impressa dalla tensione V nei due casi e indicare i relativi effetti elettrofisiologici ragionevolmente attesi.

Caso (a): $I=$

Caso (a): Effetto atteso =

Caso (b): $I=$

Caso (b): Effetto atteso =

EX ___ Fibrillazione

Quesito 4:

Punteggio:

Si consideri l'applicazione, per almeno 3 s, di una tensione sinusoidale V con frequenza 50 Hz e valore efficace 220 V, stabilita tra le due mani di un essere umano. E' ragionevole attendersi che la resistenza corporea R vista tra i due punti di applicazione della tensione possa variare anche considerevolmente in relazione allo stato di idratazione della pelle del soggetto. A tale riguardo, si considerino i due seguenti casi:

- caso (a): pelle secca, tale che $R=100 \text{ k}\Omega$

- caso (b): pelle fortemente umida, tale che $R=1 \text{ k}\Omega$

Calcolare l'ampiezza I della corrente impressa dalla tensione V nei due casi e indicare i relativi effetti elettrofisiologici ragionevolmente attesi.

$$\text{Ampiezza della tensione} = \text{Valore efficace} \cdot \sqrt{2} \cong 310 \text{ V}$$

\Rightarrow

Caso (a): $I=$

31 mA

Caso (a): Effetto atteso =

percezione ("formicolio")

Caso (b): $I=$

310 mA

Caso (b): Effetto atteso =

fibrillazione ventricolare

EX ___ Defibrillazione

Quesito 3:

Punteggio:

Si consideri una defibrillazione operata mediante un defibrillatore esterno che eroga una energia $E=100$ J in un intervallo temporale $T=10$ ms. Fornire una stima della potenza P e della corrente I erogate dal defibrillatore su di un'impedenza transtoracica $R=100$ Ω .

$P =$	
$I =$	

EX ___ Defibrillazione

Quesito 3:

Punteggio:

Si consideri una defibrillazione operata mediante un defibrillatore esterno che eroga una energia $E=100$ J in un intervallo temporale $T=10$ ms. Fornire una stima della potenza P e della corrente I erogate dal defibrillatore su di un'impedenza transtoracica $R=100$ Ω .

$$P = \frac{E}{T} = \frac{100 \text{ J}}{10 \text{ ms}} = 10 \text{ kW}$$

$$P = R \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{P/R} = \sqrt{10^4 / 10^2} = 10 \text{ A}$$

$P =$	10 kW
$I =$	10 A

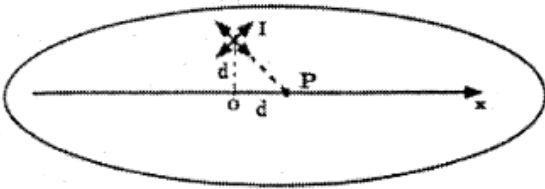
Biopotenziali

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri una sorgente puntuale monopolare di corrente $I=4\pi \mu\text{A}$ che agisce in un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità $\sigma=0.2$ S/m. Calcolare il valore del potenziale elettrico $\varphi(P)$ generato da tale sorgente nel punto P indicato in figura ($d=1/\sqrt{2}$ mm), rispetto ad un riferimento a potenziale nullo fissato a distanza idealmente infinita dalla sorgente. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori della distanza tra la sorgente e il punto P.



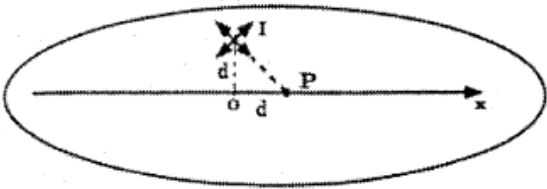
$$\varphi(P) = \boxed{}$$

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri una sorgente puntuale monopolare di corrente $I=4\pi \mu\text{A}$ che agisce in un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità $\sigma=0.2$ S/m. Calcolare il valore del potenziale elettrico $\varphi(P)$ generato da tale sorgente nel punto P indicato in figura ($d=1/\sqrt{2}$ mm), rispetto ad un riferimento a potenziale nullo fissato a distanza idealmente infinita dalla sorgente. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori della distanza tra la sorgente e il punto P.



$$\varphi(P) = \frac{I}{4\pi\sigma d\sqrt{2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 0.2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-3}} = 5 \text{ mV}$$

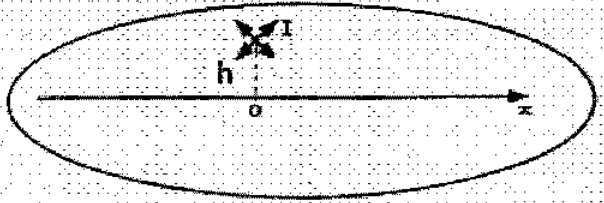
$$\varphi(P) = \boxed{5 \text{ mV}}$$

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 5:

Punteggio:

Si consideri una sorgente puntuale monopolare di corrente I inserita all'interno di un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità σ . Si consideri inoltre un asse di riferimento x posto ad una distanza h dalla sorgente (come in figura). Si scriva l'espressione del potenziale elettrico $\varphi(x)$ generato dalla sorgente in un generico punto dell'asse x , rispetto ad un riferimento a potenziale nullo fissato ai confini del tessuto, ad una distanza idealmente infinita dalla sorgente stessa. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori della distanza tra la sorgente e il generico punto x considerato.



$\varphi(x) =$

Quesito 6:

Punteggio:

Con riferimento all'esercizio precedente, si scriva l'espressione del campo elettrico $E(x)$ generato dalla sorgente in un generico punto dell'asse x , lungo l'asse x stesso.

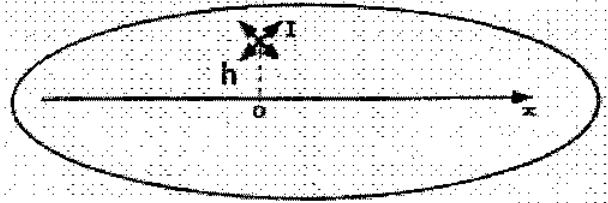
$E(x) =$

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 5:

Punteggio:

Si consideri una sorgente puntuale monopolare di corrente I inserita all'interno di un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità σ . Si consideri inoltre un asse di riferimento x posto ad una distanza h dalla sorgente (come in figura). Si scriva l'espressione del potenziale elettrico $\varphi(x)$ generato dalla sorgente in un generico punto dell'asse x , rispetto ad un riferimento a potenziale nullo fissato ai confini del tessuto, ad una distanza idealmente infinita dalla sorgente stessa. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori della distanza tra la sorgente e il generico punto x considerato.



$$\varphi(x) = \frac{I}{4\pi\sigma\sqrt{x^2+h^2}}$$

$$\varphi(x) = \frac{I}{4\pi\sigma\sqrt{x^2+h^2}}$$

Quesito 6:

Punteggio:

Con riferimento all'esercizio precedente, si scriva l'espressione del campo elettrico $E(x)$ generato dalla sorgente in un generico punto dell'asse x , lungo l'asse x stesso.

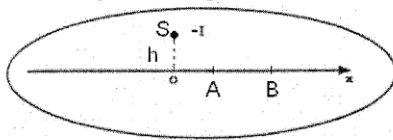
$$E(x) = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{x}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 1 (valido 6 punti):

Punteggio:

Si consideri una sorgente S puntuale monopolare di corrente $-I$ ($I > 0$) inserita all'interno di un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità σ . Si consideri inoltre un asse di riferimento x , che abbia una distanza h dalla sorgente S (come in figura) e la cui origine O coincida con la proiezione di S sull'asse stesso. Indicando con A e B due punti appartenenti all'asse, aventi coordinate x_A ed x_B rispetto ad O , si scriva l'espressione della differenza di potenziale elettrico $\varphi(A) - \varphi(B)$ generata dalla sorgente. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori delle distanze tra la sorgente ed i punti A e B .



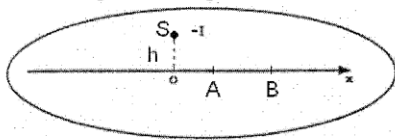
$$\varphi(A) - \varphi(B) =$$

EX ___ Sorgente in mezzo conduttivo

Quesito 1 (valido 6 punti):

Punteggio:

Si consideri una sorgente S puntuale monopolare di corrente $-I$ ($I > 0$) inserita all'interno di un tessuto isotropo e omogeneo di conducibilità σ . Si consideri inoltre un asse di riferimento x , che abbia una distanza h dalla sorgente S (come in figura) e la cui origine O coincida con la proiezione di S sull'asse stesso. Indicando con A e B due punti appartenenti all'asse, aventi coordinate x_A ed x_B rispetto ad O, si scriva l'espressione della differenza di potenziale elettrico $\varphi(A) - \varphi(B)$ generata dalla sorgente. Si assuma che il tessuto sia schematizzabile come un mezzo di propagazione infinito, ossia in pratica avente dimensioni caratteristiche molto maggiori delle distanze tra la sorgente ed i punti A e B.



$$\varphi(x) = \frac{-I}{4\pi\sigma\sqrt{x^2+h^2}} \Rightarrow \varphi(A) - \varphi(B) = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{x_B^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_A^2+h^2}} \right)$$

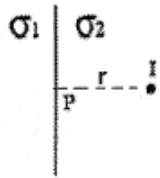
$$\varphi(A) - \varphi(B) = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{x_B^2+h^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_A^2+h^2}} \right)$$

EX ___ Sorgente in mezzi conduttivi

Punteggio:

Quesito 4:

Si considerino due strati tissutali adiacenti schematizzabili come due conduttori volumetrici isotropi e omogenei con diversa conducibilità $\sigma_1=0.4$ S/m e $\sigma_2=0.6$ S/m. come rappresentato in figura. Il tessuto 2 sia stimolato elettricamente mediante una sorgente monopolare puntiforme erogante una corrente $I=2\pi\times 10^{-6}$ A. Si assuma che i due mezzi abbiano una estensione idealmente infinita nel proprio semispazio (ossia, in pratica, abbiano una estensione molto maggiore della distanza tra la sorgente e l'interfaccia di separazione). Calcolare il valore del potenziale elettrico φ (rispetto ad un riferimento nullo posto a distanza idealmente infinita dalla sorgente) generato dalla sorgente nel punto P, posizionato sull'interfaccia tra i due mezzi ad una distanza $r=1$ mm dalla sorgente stessa.




$$\varphi(P) =$$

EX ___ Sorgente in mezzi conduttivi

Punteggio:

Quesito 4:

Si considerino due strati tissutali adiacenti schematizzabili come due conduttori volumetrici isotropi e omogenei con diversa conducibilità $\sigma_1=0.4$ S/m e $\sigma_2=0.6$ S/m, come rappresentato in figura. Il tessuto 2 sia stimolato elettricamente mediante una sorgente monopolare puntiforme erogante una corrente $I=2\pi \times 10^{-6}$ A. Si assuma che i due mezzi abbiano una estensione idealmente infinita nel proprio semispazio (ossia, in pratica, abbiano una estensione molto maggiore della distanza tra la sorgente e l'interfaccia di separazione). Calcolare il valore del potenziale elettrico ϕ (rispetto ad un riferimento nullo posto a distanza idealmente infinita dalla sorgente) generato dalla sorgente nel punto P, posizionato sull'interfaccia tra i due mezzi ad una distanza $r=1$ mm dalla sorgente stessa.

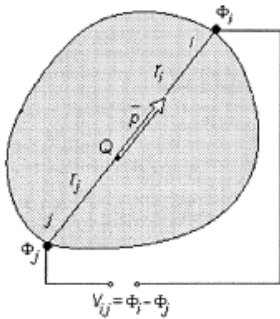

$$I' = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} I$$
$$\phi(P) = \frac{I}{4\pi\sigma_2 r} + \frac{I'}{4\pi\sigma_2 r} = \frac{I}{4\pi\sigma_2 r} \cdot \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{I}{2\pi r (\sigma_1 + \sigma_2)}$$
$$= \frac{2\pi \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ mV}$$
$$\phi(P) = \boxed{1 \text{ mV}}$$

EX ___ Misura differenziale

Quesito 3:

Punteggio:

Si consideri un dipolo \vec{p} di corrente centrato in un punto Q interno ad un tessuto isotropo e omogeneo avente conducibilità elettrica $\sigma=0.1$ S/m. Si considerino inoltre due elettrodi applicati in due punti i e j della periferia del tessuto, che risultino allineati con il punto Q e posizionati rispetto ad esso ad una distanza rispettivamente pari a $r_i=10$ mm e $r_j=20$ mm, come rappresentato in figura. Il vettore \vec{p} sia parallelo alla retta passante per i tre punti e abbia intensità $|\vec{p}|=4\pi\times 10^{-8}$ Am. Calcolare il valore della differenza di potenziale elettrico V_{ij} rilevabile tra i due elettrodi.



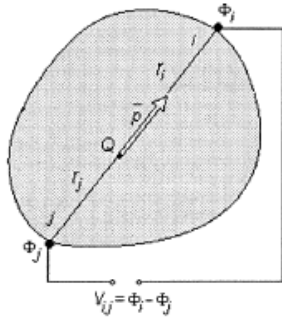
$$V_{ij} = \underline{\hspace{2cm}} /$$

EX ___ Misura differenziale

Quesito 3:

Punteggio:

Si consideri un dipolo \vec{p} di corrente centrato in un punto Q interno ad un tessuto isotropo e omogeneo avente conducibilità elettrica $\sigma=0.1$ S/m. Si considerino inoltre due elettrodi applicati in due punti i e j della periferia del tessuto, che risultino allineati con il punto Q e posizionati rispetto ad esso ad una distanza rispettivamente pari a $r_i=10$ mm e $r_j=20$ mm, come rappresentato in figura. Il vettore \vec{p} sia parallelo alla retta passante per i tre punti e abbia intensità $|\vec{p}|=4\pi \times 10^{-8}$ Am. Calcolare il valore della differenza di potenziale elettrico V_{ij} rilevabile tra i due elettrodi.



$$V_{ij} = \frac{1}{4\pi\sigma} \left[\frac{1}{r_i^2} \vec{p} \cdot \hat{z}_i - \frac{1}{r_j^2} \vec{p} \cdot \hat{z}_j \right] = \frac{1}{4\pi\sigma} |\vec{p}| \left(\frac{1}{r_i^2} + \frac{1}{r_j^2} \right) =$$
$$= \frac{1}{4\pi \cdot 0.1} \cdot 4\pi \cdot 10^{-8} \left(\frac{1}{10^{-4}} + \frac{1}{4 \cdot 10^{-4}} \right) = 1.25 \text{ mV}$$

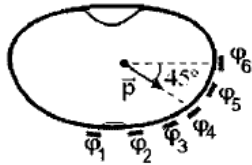
$$V_{ij} = \boxed{1.25 \text{ mV}}$$

EX ___ Misura differenziale

Quesito 2:

Punteggio:

Nell'ambito di una misura di potenziali elettrocardiografici, si considerino i potenziali precordiali ϕ_4 e ϕ_6 indicati in figura. Si assuma che l'attività elettrica sia descrivibile mediante un dipolo di corrente di momento \vec{p} , che agisca in un conduttore isotropo, omogeneo, idealmente infinito e che abbia punto di applicazione approssimativamente equidistante dagli elettrodi precordiali. Si quantifichi il rapporto tra la differenza di potenziale $V_4 = \phi_4 - \phi_{CT}$ e la differenza di potenziale $V_6 = \phi_6 - \phi_{CT}$ (in cui ϕ_{CT} rappresenta il potenziale del terminale centrale di Wilson) in un certo istante $t = \bar{t}$ in cui il vettore \vec{p} sia orientato come in figura.



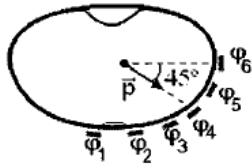
$$\left. \frac{V_4}{V_6} \right|_{t=\bar{t}} =$$

EX ___ Misura differenziale

Quesito 2:

Punteggio:

Nell'ambito di una misura di potenziali elettrocardiografici, si considerino i potenziali precordiali φ_4 e φ_6 indicati in figura. Si assuma che l'attività elettrica sia descrivibile mediante un dipolo di corrente di momento \vec{p} , che agisca in un conduttore isotropo, omogeneo, idealmente infinito e che abbia punto di applicazione approssimativamente equidistante dagli elettrodi precordiali. Si quantifichi il rapporto tra la differenza di potenziale $V_4 = \varphi_4 - \varphi_{CT}$ e la differenza di potenziale $V_6 = \varphi_6 - \varphi_{CT}$ (in cui φ_{CT} rappresenta il potenziale del terminale centrale di Wilson) in un certo istante $t = \bar{t}$ in cui il vettore \vec{p} sia orientato come in figura.



$$V_4 = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}_4}{r_4^2} = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{|\vec{p}|}{r_4^2}$$

$$V_6 = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}_6}{r_6^2} = \frac{1}{4\pi\sigma} |\vec{p}| \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{r_6^2}$$

$$\left. \frac{V_4}{V_6} \right|_{t=\bar{t}} = \sqrt{2}$$

EX ___ Biopotenziali

Quesito 3:

Punteggio:

Nella tabella seguente, si indichi nell'ultima colonna il valore ragionevolmente atteso per l'ampiezza massima di ciascuno dei biopotenziali elencati, in base alle tecniche di misura correntemente impiegate nella pratica clinica.

Biopotenziale	Ampiezza massima (ordine di grandezza)
Potenziale d'azione (AP)	1 mV
	10 mV
	100 mV
Elettroretinogramma (ERG)	1 μ V
	10 μ V
	100 μ V
Elettrooculogramma (EOG)	0.1 mV
	1 mV
	10 mV

Elettroencefalogramma (EEG)	1 μ V
	100 μ V
	1 mV
Potenziali evocati (EP)	0.1 μ V
	10 μ V
	100 μ V
Elettromiogramma (muscolo scheletrico) (EMG)	1 mV
	10 mV
	0.1 mV
Elettrocardiogramma (ECG)	100 mV
	0.1 mV
	10 mV

EX ___ Biopotenziali

Quesito 3:

Punteggio:

Nella tabella seguente, si indichi nell'ultima colonna il valore ragionevolmente atteso per l'ampiezza massima di ciascuno dei biopotenziali elencati, in base alle tecniche di misura correntemente impiegate nella pratica clinica.

Biopotenziale	Ampiezza massima (ordine di grandezza)	
Potenziale d'azione (AP)	1 mV	
	10 mV	
	100 mV	X
Elettroretinogramma (ERG)	1 μ V	
	10 μ V	
	100 μ V	X
Elettrooculogramma (EOG)	0.1 mV	
	1 mV	X
	10 mV	
Elettroencefalogramma (EEG)	1 μ V	
	100 μ V	X
	1 mV	
Potenziali evocati (EP)	0.1 μ V	
	10 μ V	X
	100 μ V	
Elettromiogramma (muscolo scheletrico) (EMG)	1 mV	X
	10 mV	
	0.1 mV	
Elettrocardiogramma (ECG)	100 mV	
	0.1 mV	
	10 mV	X

EX ___ Biopotenziali

Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri una misura di potenziali elettrocardiografici. Si indichi con P il vettore di attività elettrica cardiaca e si utilizzino, per brevità, gli acronimi generici di seguito definiti per indicare le grandezze specificate:

PTE = Potenziali del Triangolo di Einthoven

PAA = Potenziali d'Arto Aumentati

PC = Potenziali Precordiali.

Indicare quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:

P rappresenta un dipolo di carica

P rappresenta un monopolio di carica

P rappresenta un dipolo di corrente

P rappresenta un monopolio di corrente

I PAA sono misure indipendenti dai PTE, al fine di evitare una ridondanza dell'informazione

I PAA sono misure dipendenti dai PTE

I PC sono misure indipendenti dai PTE

I PC sono misure dipendenti dai PTE, per permettere di enfatizzare alcune caratteristiche di essi

EX ___ Biopotenziali

Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri una misura di potenziali elettrocardiografici. Si indichi con P il vettore di attività elettrica cardiaca e si utilizzino, per brevità, gli acronimi generici di seguito definiti per indicare le grandezze specificate:

PTE = Potenziali del Triangolo di Einthoven

PAA = Potenziali d'Arto Aumentati

PC = Potenziali Precordiali.

Indicare quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:

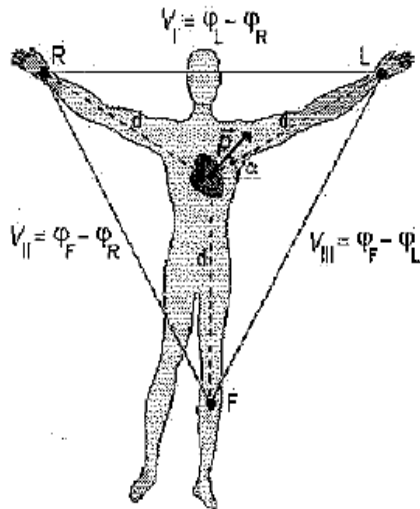
P rappresenta un dipolo di carica	<input type="checkbox"/>
P rappresenta un monopolio di carica	<input type="checkbox"/>
P rappresenta un dipolo di corrente	<input checked="" type="checkbox"/>
P rappresenta un monopolio di corrente	<input type="checkbox"/>
I PAA sono misure indipendenti dai PTE, al fine di evitare una ridondanza dell'informazione	<input type="checkbox"/>
I PAA sono misure dipendenti dai PTE	<input checked="" type="checkbox"/>
I PC sono misure indipendenti dai PTE	<input checked="" type="checkbox"/>
I PC sono misure dipendenti dai PTE, per permettere di enfatizzare alcune caratteristiche di essi	<input type="checkbox"/>

EX ___ ECG

Quesito 1:

Punteggio:

Nell'ambito di una misura di potenziali elettrocardiografici, si considerino i potenziali d'arto φ_L e φ_R relativi, rispettivamente, al polso sinistro e destro, come indicato in figura. Si assuma che l'attività elettrica sia descrivibile mediante un dipolo di corrente di momento \vec{p} , che risulti situato al centro del triangolo di Einthoven ad una distanza $d=1$ m dai suoi vertici e che agisca in un conduttore isotropo, omogeneo, idealmente infinito e avente conducibilità elettrica $\sigma = \sqrt{2} \times 10^{-1}$ S/m. Si calcoli il valore assunto dalla differenza di potenziale $V_I = \varphi_L - \varphi_R$ in un certo istante $t = \bar{t}$ in cui il vettore \vec{p} giaccia nel piano del triangolo di Einthoven e assuma una intensità $|\vec{p}(\bar{t})| = 4\pi \times 10^{-4}$ Am e una orientazione tale che $\alpha = 45^\circ$ (si veda la figura).



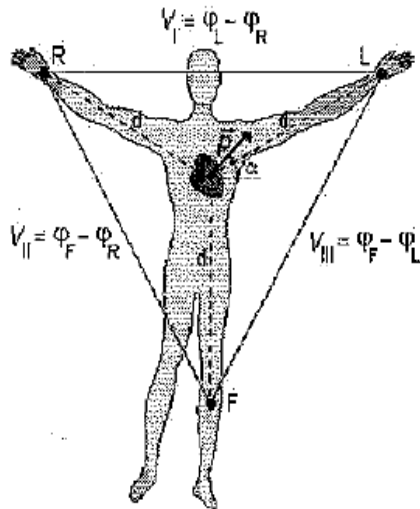
$$V_I(\bar{t}) =$$

EX ___ ECG

Quesito 1:

Punteggio:

Nell'ambito di una misura di potenziali elettrocardiografici, si considerino i potenziali d'arto φ_L e φ_R relativi, rispettivamente, al polso sinistro e destro, come indicato in figura. Si assuma che l'attività elettrica sia descrivibile mediante un dipolo di corrente di momento \vec{p} , che risulti situato al centro del triangolo di Einthoven ad una distanza $d=1$ m dai suoi vertici e che agisca in un conduttore isotropo, omogeneo, idealmente infinito e avente conducibilità elettrica $\sigma = \sqrt{2} \times 10^{-1}$ S/m. Si calcoli il valore assunto dalla differenza di potenziale $V_I = \varphi_L - \varphi_R$ in un certo istante $t = \bar{t}$ in cui il vettore \vec{p} giaccia nel piano del triangolo di Einthoven e assuma una intensità $|\vec{p}(\bar{t})| = 4\pi \times 10^{-4}$ Am e una orientazione tale che $\alpha = 45^\circ$ (si veda la figura).



$$\begin{aligned} V_I(E) &= \varphi_L(E) - \varphi_R(E) = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_L^2} \vec{p}(E) \cdot \hat{e}_L - \frac{1}{r_R^2} \vec{p}(E) \cdot \hat{e}_R \right) = \\ &= \frac{1}{4\pi\sigma d^2} \vec{p}(E) \cdot \hat{e}_{RL} = \frac{1}{4\pi\sigma d^2} |\vec{p}(E)| \cos\alpha = \\ &= \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-1}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.5 \text{ mV} \end{aligned}$$

$$V_I(\bar{t}) = \boxed{0.5 \text{ mV}}$$

EX ___ ECG

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento ai potenziali elettrocardiografici, si scrivano le espressioni che definiscono i potenziali d'arto aumentato in funzione dei potenziali del triangolo di Einthoven.

$$\begin{array}{l} aV_F = \\ aV_R = \\ aV_L = \end{array}$$

EX ___ ECG

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento ai potenziali elettrocardiografici, si scrivano le espressioni che definiscono i potenziali d'arto aumentato in funzione dei potenziali del triangolo di Einthoven.

$$aV_F = \varphi_F - \frac{\varphi_L + \varphi_R}{2} = \frac{1}{2} (V_{II} + V_{III})$$

$$aV_R = \varphi_R - \frac{\varphi_L + \varphi_F}{2} = -\frac{1}{2} (V_I + V_{II})$$

$$aV_L = \varphi_L - \frac{\varphi_F + \varphi_R}{2} = \frac{1}{2} (V_I - V_{III})$$

$$aV_F = \varphi_F - \frac{1}{2} (\varphi_L + \varphi_R)$$

$$aV_R = \varphi_R - \frac{1}{2} (\varphi_L + \varphi_F)$$

$$aV_L = \varphi_L - \frac{1}{2} (\varphi_F + \varphi_R)$$

EX ___ EEG

Punteggio:

Quesito 6:

Descrivere sinteticamente, anche con l'aiuto di uno schema esemplificativo, il fenomeno bioelettrico alla base della genesi dei potenziali elettroencefalografici. Fornire inoltre una stima ragionevole del valore massimo (ordine di grandezza) $V_{\text{EEG,max}}$ di tali potenziali rilevabile sullo scalpo.

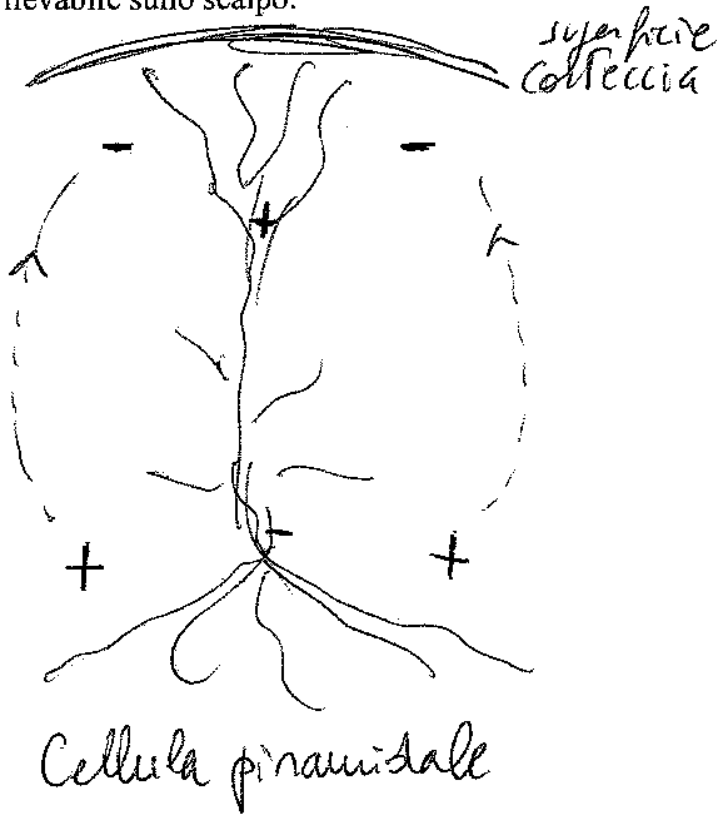
$V_{\text{EEG,max}} =$

EX ___ EEG

Punteggio:

Quesito 6:

Descrivere sinteticamente, anche con l'aiuto di uno schema esemplificativo, il fenomeno bioelettrico alla base della genesi dei potenziali elettroencefalografici. Fornire inoltre una stima ragionevole del valore massimo (ordine di grandezza) $V_{EEG,max}$ di tali potenziali rilevabile sullo scalpo.



Le cellule piramidali orientate \perp alla superficie della corteccia cerebrale generano dipoli oscillanti con il segno sul potenziale post-sinaptico.

$V_{EEG,max} =$

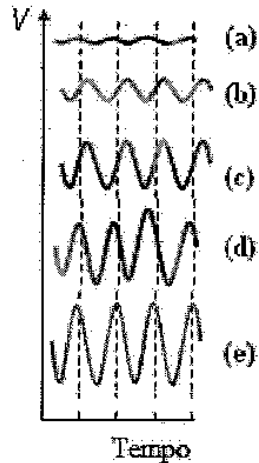
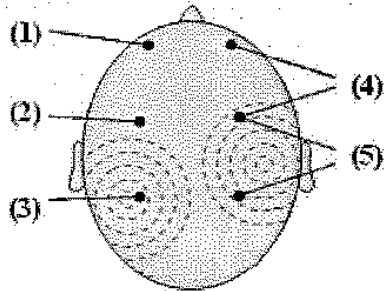
10 - 100 μV

EX ___ EEG

Quesito 5:

Punteggio:

Si consideri la figura seguente, relativa ad una misura di potenziali elettroencefalografici generati da aree cerebrali di specifico interesse (regioni tratteggiate). Si considerino, in particolare, le diverse disposizioni di elettrodi cutanei riportate in figura. Per ciascuna derivazione da (1) a (5), indicare se è di tipo bipolare (B) o unipolare (U). Inoltre, con riferimento agli esempi di ipotetici segnali da (a) a (b) riportati in figura, si associ a ciascuna derivazione il corrispondente tracciato ragionevolmente atteso.



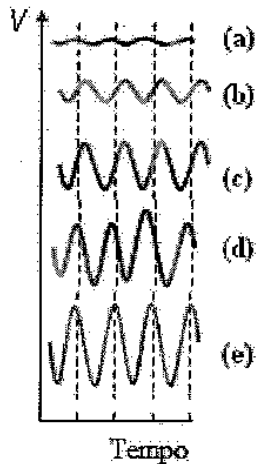
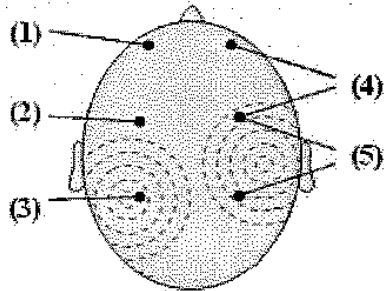
- Derivazione (1)
- Derivazione (2)
- Derivazione (3)
- Derivazione (4)
- Derivazione (5)

EX ___ EEG

Quesito 5:

Punteggio:

Si consideri la figura seguente, relativa ad una misura di potenziali elettroencefalografici generati da aree cerebrali di specifico interesse (regioni tratteggiate). Si considerino, in particolare, le diverse disposizioni di elettrodi cutanei riportate in figura. Per ciascuna derivazione da (1) a (5), indicare se è di tipo bipolare (B) o unipolare (U). Inoltre, con riferimento agli esempi di ipotetici segnali da (a) a (b) riportati in figura, si associ a ciascuna derivazione il corrispondente tracciato ragionevolmente atteso.



Le derivazioni (1)-(3) sono unipolari
 " " (4),(5) " bipolari

Il diverso posizionamento degli elettrodi rispetto alle regioni cerebrali "attive" di interesse determina una diversa ampiezza di segnale rilevabile, come indicato di seguito:

Derivazione (1)	B	U	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Derivazione (2)	B	U	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Derivazione (3)	B	U	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Derivazione (4)	B	U	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Derivazione (5)	B	U	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)

EX ___ MEG

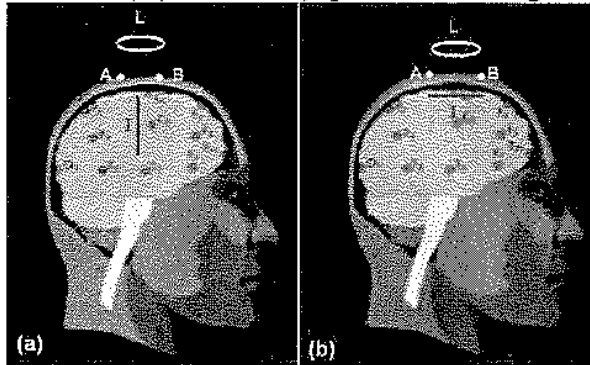
Punteggio:

Quesito 5:

Si considerino i due casi (a e b) riportati in figura che schematizzano due situazioni in cui una corrente bioelettrica I cerebrale scorra, rispettivamente, in direzione radiale (caso a) o tangenziale (caso b) rispetto alla superficie della corteccia cerebrale. Si considerino inoltre i due seguenti metodi possibili (rappresentati in figura) per la misura di potenziali elettromagnetici generati dalla corrente I in ciascuno dei due casi:

- 1) misura elettrica mediante una coppia di elettrodi cutanei A,B
- 2) misura magnetica mediante una bobina di induzione L.

Indicare (motivandolo) quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



La misura elettrica non è possibile in alcun caso, essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (a), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (b), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

La misura magnetica non è possibile in alcun caso, essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (a), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (b), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

EX ___ MEG

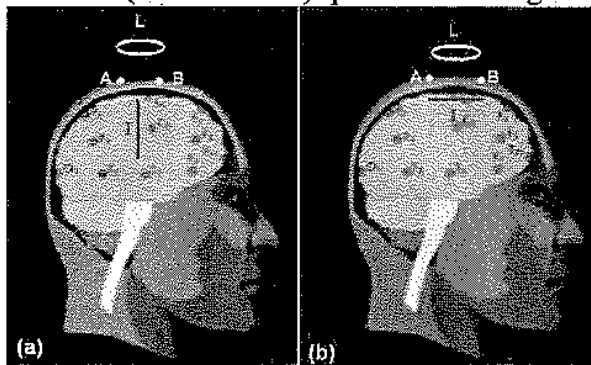
Punteggio:

Quesito 5:

Si considerino i due casi (a e b) riportati in figura che schematizzano due situazioni in cui una corrente bioelettrica I cerebrale scorra, rispettivamente, in direzione radiale (caso a) o tangenziale (caso b) rispetto alla superficie della corteccia cerebrale. Si considerino inoltre i due seguenti metodi possibili (rappresentati in figura) per la misura di potenziali elettromagnetici generati dalla corrente I in ciascuno dei due casi:

- 1) misura elettrica mediante una coppia di elettrodi cutanei A,B
- 2) misura magnetica mediante una bobina di induzione L.

Indicare (motivandolo) quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



La misura elettrica non è possibile in alcun caso, essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (a), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (b), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

La misura magnetica non è possibile in alcun caso, essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (a), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (b), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

EX ___ MEG

Punteggio:

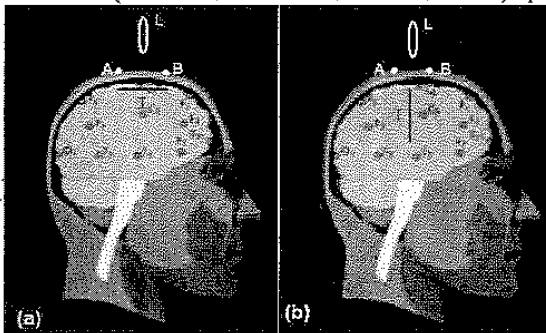
Quesito 1:

Si considerino i due casi (a e b) riportati in figura che schematizzano due situazioni in cui una corrente bioelettrica I cerebrale scorra, rispettivamente, in direzione tangenziale (caso a) o radiale (caso b) rispetto alla superficie della corteccia cerebrale. Si considerino inoltre i due seguenti metodi possibili (rappresentati in figura) per la misura di potenziali elettrici generati dalla corrente I in ciascuno dei due casi:

1) misura elettrica mediante una coppia di elettrodi cutanei A,B

2) misura magnetica mediante una bobina di induzione L.

Indicare (fornendone debita motivazione) quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



La misura elettrica non è possibile in alcun caso, essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (a), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (b), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

La misura magnetica non è possibile in alcun caso, essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (a), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (b), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

EX ___ MEG

Punteggio:

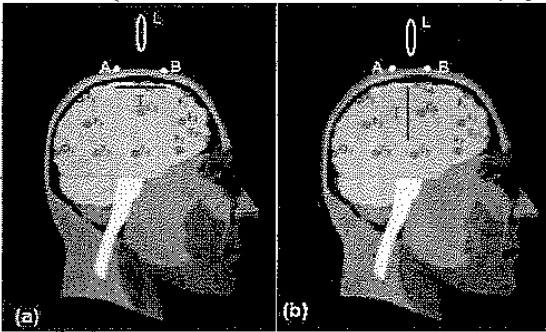
Quesito 1:

Si considerino i due casi (a e b) riportati in figura che schematizzano due situazioni in cui una corrente bioelettrica I cerebrale scorra, rispettivamente, in direzione tangenziale (caso a) o radiale (caso b) rispetto alla superficie della corteccia cerebrale. Si considerino inoltre i due seguenti metodi possibili (rappresentati in figura) per la misura di potenziali elettrici generati dalla corrente I in ciascuno dei due casi:

1) misura elettrica mediante una coppia di elettrodi cutanei A,B

2) misura magnetica mediante una bobina di induzione L.

Indicare (fornendone debita motivazione) quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e:



La misura elettrica non è possibile in alcun caso, essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (a), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica non è possibile nel caso (b), essendo ostacolata dalla presenza del tessuto osseo del cranio

La misura elettrica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura elettrica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

La misura magnetica non è possibile in alcun caso, essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (a), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica non è possibile nel caso (b), essendo il campo magnetico ostacolato dalla bassa permeabilità del cranio

La misura magnetica è ugualmente efficace nel caso (a) e nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (a) che nel caso (b)

La misura magnetica è più efficace nel caso (b) che nel caso (a)

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>

**Esercizio:
Elettrodi
per
Biopotenziali**

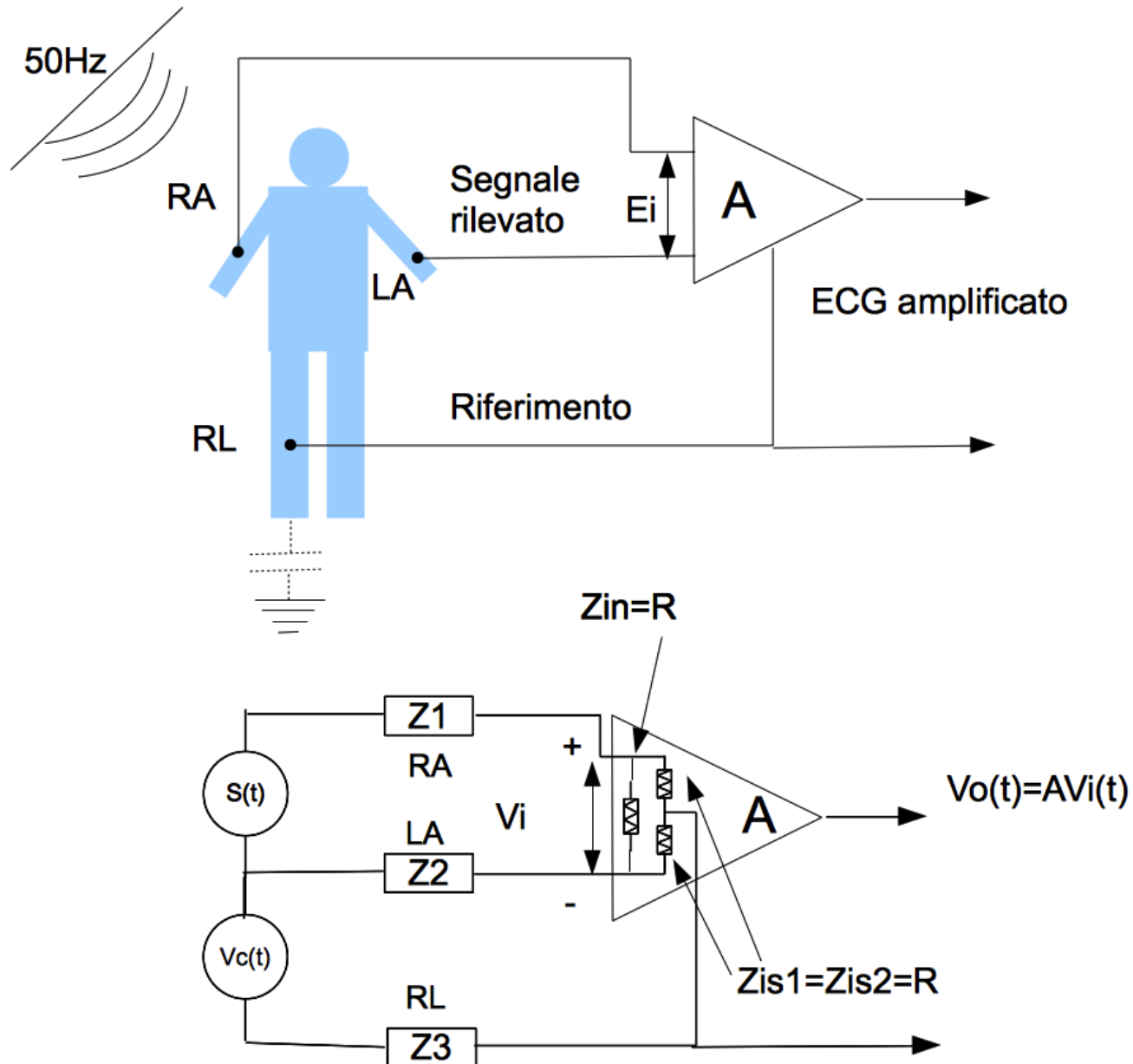
Bioelettrodi

Determinare l'uscita di una classica misurazione del segnale cardiografico tramite bioelettrodi. Discutere i seguenti aspetti:

- Effetto di elettrodo polarizzabile ideale
- Effetto di un elettrodo non polarizzabile ideale
- Effetto di uno squilibrio nell'impedenza

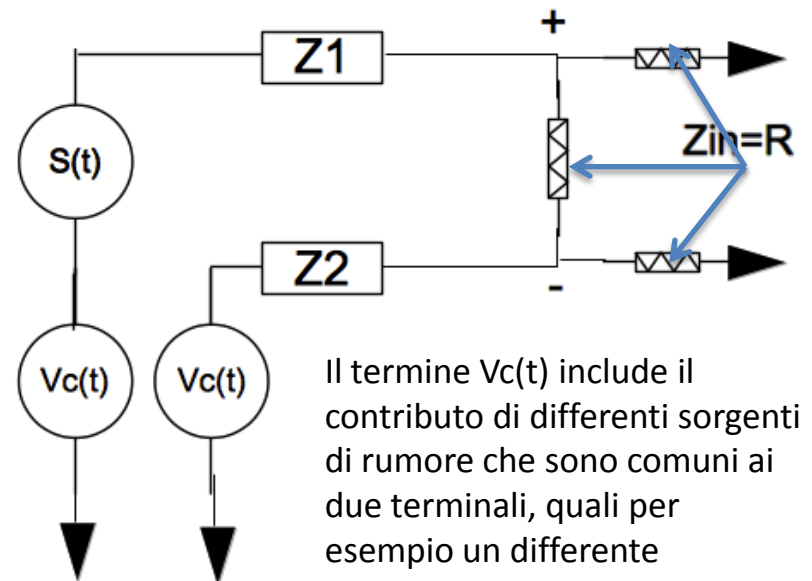
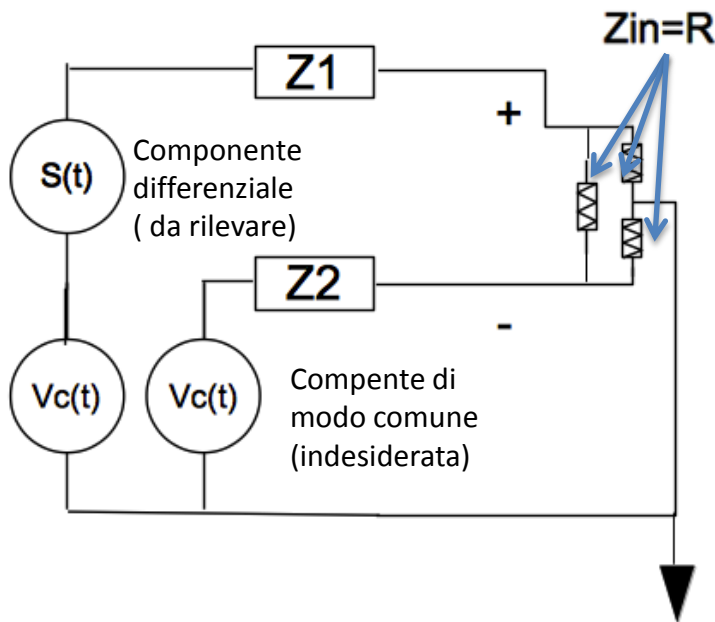
Si considerino l'impedenza di ingresso (Z_{in}) e di isolamento (Z_{is} , nodo comune) pari a $2R$ (R ordine dei $100M\Omega$)

Schematizzazione problema



Risoluzione del circuito

- Il circuito può essere scomposto come riportato in seguito (trascurando $Z3$)



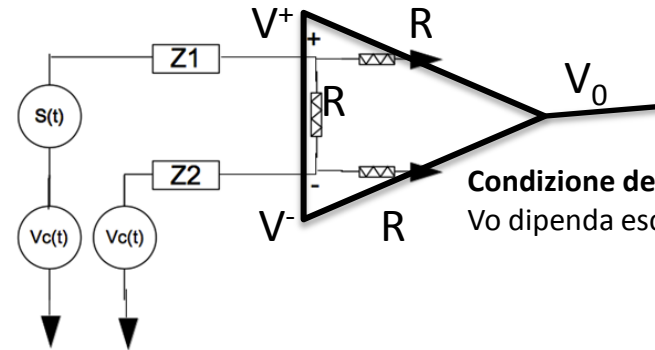
Il termine $Vc(t)$ include il contributo di differenti sorgenti di rumore che sono comuni ai due terminali, quali per esempio un differente potenziale di semicella tra i due elettrodi, un'interferenza dovuta ad ad altra strumentazione elettronica, etc.

Risoluzione del circuito

- Applicando la sovrapposizione degli effetti si ottiene

$$V^+ = (V_a(t) + S(t)) \times \frac{R}{R + Z_1}$$

$$V^- = V_a(t) \times \frac{R}{R + Z_2}$$



Condizione desiderata:
Vo dipenda esclusivamente da S(t)

$$V_a(t) = A \times (V^+ - V^-) = A \times \underbrace{\frac{R}{R + Z_1} \times S(t)}_{\text{Contributo del segnale differenziale}} + A \times \underbrace{\left(\frac{R}{R + Z_1} - \frac{R}{R + Z_2} \right)}_{\text{Contributo del segnale di modo comune}} \times V_a(t)$$

Fattori di amplificazione dovute alle impedenze di contatto e quelle d'ingresso dell'amplificatore

$$k_1 = \frac{R}{R + Z_1}$$

$$k_2 = \frac{R}{R + Z_1} - \frac{R}{R + Z_2}$$

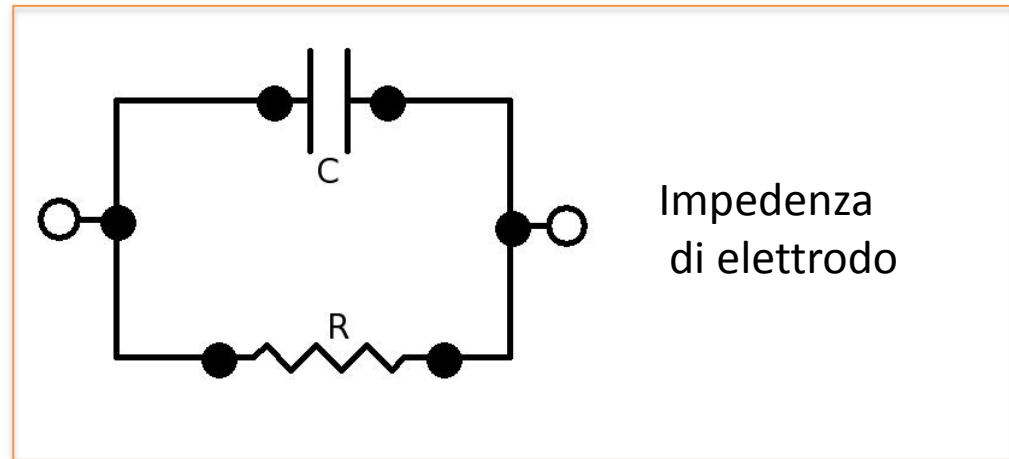
Ipotesi

$$\frac{Z_1}{Z_1 + R} = \frac{Z_2}{Z_2 + R} \gg 0$$

Effetto impedenza di elettrodo

$$V_o(t) = A \times (V^+ - V^-) = A \times \frac{R}{R + Z_1} \times S(t) + A \left(\frac{R}{R + Z_1} - \frac{R}{R + Z_2} \right) \times V_c(t)$$

$$k_1 = \frac{R}{R + Z_1} \quad Z_1(s) = \frac{R}{RCs + 1}$$



Ipotesi: $Z_1 = Z_2$

Si assumono i due elettrodi con la medesima impedenza quindi sparisce il contributo di V_c a V_o

$$V_o(t) = A \cdot (V^+ - V^-) = A \cdot \frac{R}{R + Z_1} \cdot S(t) + A \left(\frac{R}{R + Z_1} - \frac{R}{R + Z_1} \right) \cdot V_c(t)$$

Esplicitiamo Z_1 in funzione di parametri C_1 e R_1

$$\frac{V_o(s)}{S(s)} = F(s) = A \times k_1(s) = A \times \frac{R(R_1 C_1 s + 1)}{R R_1 C_1 s + R + R_1}$$

Comportamento in frequenza

Funzione di trasferimento (assumendo identiche le impedenze di contatto dei due elettrodi)

$$F(s) = A \frac{R(R_1 C_1 s + 1)}{R R_1 C_1 s + R + R_1} = A \frac{R}{R + R_1} \frac{(R_1 C_1 s + 1)}{\frac{R R_1 C_1}{R + R_1} s + 1}$$

Zero in $1/R_1 C_1$

$$G_0 = A \frac{R}{R + R_1}$$

Polo in $(R + R_1)/(R R_1 C_1)$

- Se R molto elevata rispetto a R1 ($R \gg R_1$) polo e zero si elidono e $G_0 \rightarrow A$
 Esempio: Considerando $C = 0.1 \mu\text{F}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R = 100 \text{M}\Omega$, $\omega_z \approx \omega_p \approx 100 \text{k rad/s}$
 (16kHz)
 (effetto dell'elevata impedenza di ingresso dell'amplificatore da strumentazione)

Effetto impedenza di elettrodo

1. Elettrodo polarizzabile ideale

– R1 molto grande -> solo capacitivo

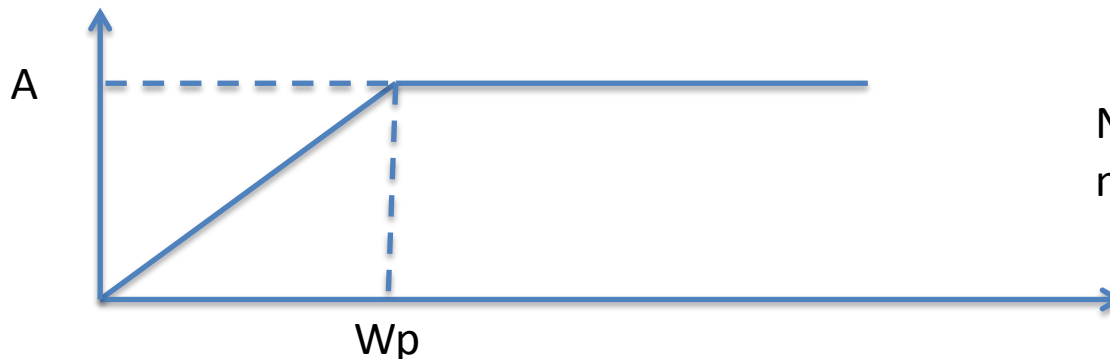
$$Z_i(s) = \frac{1}{C_1 s} k_1(s) = \frac{R}{R + Z_1(s)} = \frac{RC_1 s}{RC_1 s + 1}$$

$$F(s) = A \frac{RC_1 s}{RC_1 s + 1}$$

Zero nell'origine, le basse frequenze vengono attenuate, non passa la continua

Polo in $1/(RC_1)$

- Esempio: Considerando $C=0.1\mu\text{F}$, $R=100\text{M}\Omega$, $\omega_p \approx 0.1000 \text{ rad/s}$ (0.06Hz)



N.B: per frequenze alte non c'è attenuazione

Effetto impedenza di elettrodo

2. Elettrodo non polarizzabile ideale

– C1 molto piccola -> solo resistivo

$$Z_i(s) = R_{\gamma} \quad k_1(s) = \frac{R}{R_+ Z_1(s)} = \frac{R}{R_+ R_{\gamma}} \gg 1$$

$$F(s) = A \frac{R}{R_+ R_{\gamma}} \gg A$$

La F(s) è costante e
l'attenuazione è molto
bassa

Effetto squilibrio impedenza

$$V_o(t) = A \cdot (V^+ - V^-) = A \cdot \frac{R}{R + Z_1} \cdot S(t) + A \left(\frac{R}{R + Z_1} - \frac{R}{R + Z_2} \right) \cdot V_c(t)$$

- $Z_1 \neq Z_2$
 - Contributo del segnale a modo comune V_c non più trascurabile ($k_2 \neq 0$)
 - **Disturbo di modo comune riportato in ingresso e amplificato**
 - Riduzione della reiezione del modo comune dell'amplificatore

MATERIALE NON PRESENTATO A LEZIONE

Utile per verificare le proprie
conoscenze sugli altri argomenti
trattati nel corso

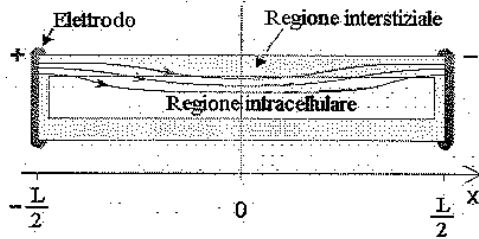
Ex_Defibrillazione

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri un frammento di assone lungo L sigillato alle sue due estremità, inserito all'interno di un bagno elettrolitico ai cui estremi siano posti due elettrodi, impiegati per fornire una corrente di stimolazione I_s , come rappresentato schematicamente in figura. Si indichi con λ la costante di spazio dell'assone e con I_i e I_o rispettivamente la corrente intra- ed extra-cellulare.

Disegnare l'andamento qualitativo ragionevolmente atteso per i rapporti I_i/I_s e I_o/I_s in funzione della distanza x dal centro dell'assone, nell'ipotesi in cui $L \gg \lambda$.



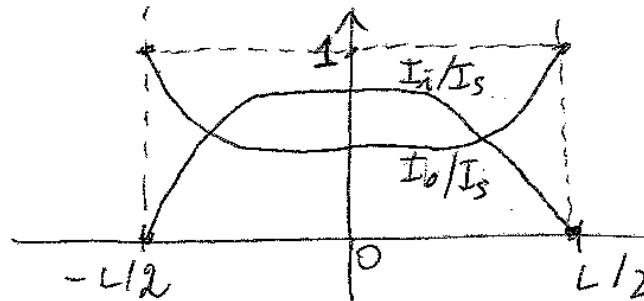
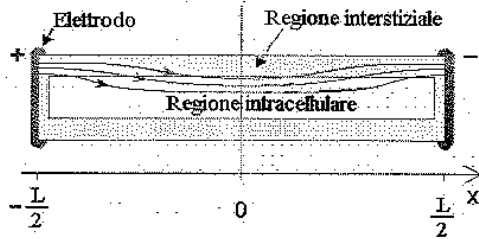
Ex_ Defibrillazione

Quesito 2:

Punteggio:

Si consideri un frammento di assone lungo L sigillato alle sue due estremità, inserito all'interno di un bagno elettrolitico ai cui estremi siano posti due elettrodi, impiegati per fornire una corrente di stimolazione I_s , come rappresentato schematicamente in figura. Si indichi con λ la costante di spazio dell'assone e con I_i e I_o rispettivamente la corrente intra- ed extra-cellulare.

Disegnare l'andamento qualitativo ragionevolmente atteso per i rapporti I_i/I_s e I_o/I_s in funzione della distanza x dal centro dell'assone, nell'ipotesi in cui $L \gg \lambda$.



Redistribuzione delle correnti tra interno ed esterno della cellula

Ex_ Defibrillazione

Quesito 3:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare il valore assunto approssimativamente dai rapporti I_i/I_s e I_o/I_s nell'ipotesi in cui $L \ll \lambda$. In tal caso, si fornisca inoltre una stima della resistenza per unità di lunghezza R/L vista tra i due elettrodi, sapendo che il bagno elettrolitico ha una sezione equivalente di area $S_b=1 \text{ cm}^2$ e una conducibilità $\sigma_b=1 \text{ S/m}$, mentre l'assoplasma ha una sezione $S_a=0.5 \text{ cm}^2$ e una conducibilità $\sigma_a=0.5 \text{ S/m}$.

Per $L \ll \lambda$, $I_i/I_s \approx$

Per $L \ll \lambda$, $I_o/I_s \approx$

Per $L \ll \lambda$, $R/L \approx$

Ex_ Defibrillazione

Quesito 3:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, indicare il valore assunto approssimativamente dai rapporti I_i/I_s e I_o/I_s nell'ipotesi in cui $L \ll \lambda$. In tal caso, si fornisca inoltre una stima della resistenza per unità di lunghezza R/L vista tra i due elettrodi, sapendo che il bagno elettrolitico ha una sezione equivalente di area $S_b = 1 \text{ cm}^2$ e una conducibilità $\sigma_b = 1 \text{ S/m}$, mentre l'assoplasma ha una sezione $S_a = 0.5 \text{ cm}^2$ e una conducibilità $\sigma_a = 0.5 \text{ S/m}$.

Per $L \ll \lambda$ è ragionevole assumere che
extracellulare; pertanto $I_i \approx 0$ e $I_o \approx I_s$

$$\frac{R}{L} = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{S_b} = \frac{1}{\frac{1 \text{ S}}{10^2 \text{ cm}} \cdot 1 \text{ cm}^2} = 10^2 \Omega/\text{cm}$$

Per $L \ll \lambda$, $I_i/I_s \approx$

0

Per $L \ll \lambda$, $I_o/I_s \approx$

1

Per $L \ll \lambda$, $R/L \approx$

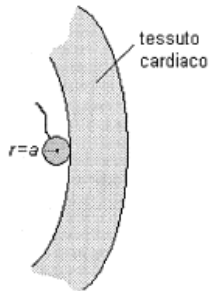
100 Ω/cm

EX ___ Pacing Cardiaco

Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri un elettrodo endocardico per pacing cardiaco avente forma sferica di raggio $a=1$ mm, come indicato in figura. Sia $I_s=0.5$ mA il valore assoluto della corrente erogata dall'elettrodo. Si assuma per il sistema in esame una simmetria sferica, secondo una coordinata radiale r la cui origine coincide con il centro dell'elettrodo. Indicando con I_o la corrente imposta dall'elettrodo nel mezzo extracellulare, calcolare il modulo della densità superficiale J_o di tale corrente per $r=a$.

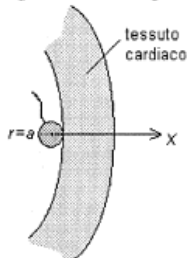


$$J_o|_{r=a} = \boxed{}$$

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, calcolare l'intensità del campo elettrico extracellulare E_o per $r=a$ lungo la direzione x indicata in figura, nella quale il mezzo extracellulare presenta un conducibilità $\sigma_o=0.2$ S/m.



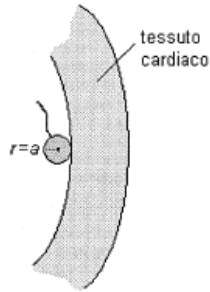
$$E_o|_{r=a} = \boxed{}$$

EX ___ Pacing Cardiaco

Quesito 1:

Punteggio:

Si consideri un elettrodo endocardico per pacing cardiaco avente forma sferica di raggio $a=1$ mm, come indicato in figura. Sia $I_s=0.5$ mA il valore assoluto della corrente erogata dall'elettrodo. Si assuma per il sistema in esame una simmetria sferica, secondo una coordinata radiale r la cui origine coincida con il centro dell'elettrodo. Indicando con I_o la corrente imposta dall'elettrodo nel mezzo extracellulare, calcolare il modulo della densità superficiale J_o di tale corrente per $r=a$.



$$I_s|_{r=a} = I_i|_{r=a} + I_o|_{r=a} = I_o|_{r=a} \quad \text{essendo la corrente solo extracellulare per } r=a$$

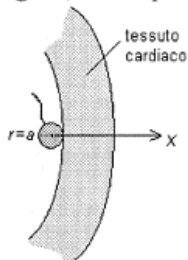
$$J_o|_{r=a} = \frac{I_o|_{r=a}}{4\pi a^2} = \frac{I_s}{4\pi a^2} = 3.98 \text{ mA/cm}^2$$

$$J_o|_{r=a} = \boxed{3.98 \text{ mA/cm}^2}$$

Quesito 2:

Punteggio:

Con riferimento al quesito precedente, calcolare l'intensità del campo elettrico extracellulare E_o per $r=a$ lungo la direzione x indicata in figura, nella quale il mezzo extracellulare presenta un conducibilità $\sigma_o=0.2$ S/m.



$$J_o = \sigma_o E_o$$

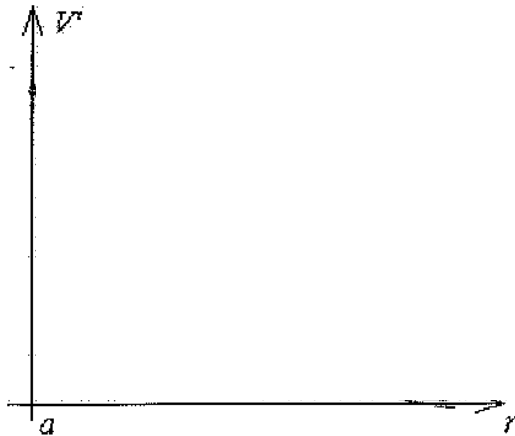
$$\Rightarrow E_o|_{r=a} = \frac{1}{\sigma_o} J_o|_{r=a} = 1.99 \text{ V/cm}$$

$$E_o|_{r=a} = \boxed{1.99 \text{ V/cm}}$$

EX ___ Pacing Cardiaco

Quesito 6:

Punteggio:



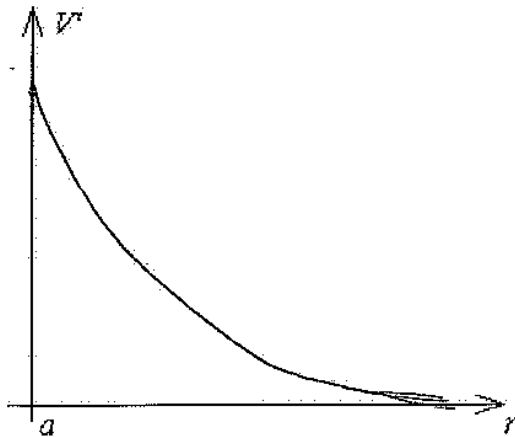
Si consideri un pacing cardiaco attuato mediante un elettrodo di stimolazione endocardio catodico idealmente sferico di raggio a , che agisce in un mezzo assunto idealmente come omogeneo ed isotropo. Disegnare l'andamento qualitativo della componente depolarizzante V' del potenziale di membrana in funzione di una coordinata radiale $r \geq a$, la cui origine coincide con il centro dell'elettrodo. Si indichi inoltre la funzione della variabile r alla quale V' risulta proporzionale.

$$V' \propto \left| \right.$$

EX ___ Pacing Cardiaco

Quesito 6:

Punteggio:



Si consideri un pacing cardiaco attuato mediante un elettrodo di stimolazione endocardio catodico idealmente sferico di raggio a , che agisce in un mezzo assunto idealmente come omogeneo ed isotropo. Disegnare l'andamento qualitativo della componente depolarizzante V' del potenziale di membrana in funzione di una coordinata radiale $r \geq a$, la cui origine coincide con il centro dell'elettrodo. Si indichi inoltre la funzione della variabile r alla quale V' risulta proporzionale.

(λ = costante di spazio)

$$V' \propto \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$$

EX ___ Stimolazione Cardiaca

Quesito 4:

Punteggio:

Si fornisca un'ordine di grandezza ragionevole dell'ampiezza del campo elettrico intracardiaco tipicamente necessario per effettuare un pacing cardiaco o una defibrillazione cardiaca. Indicare, inoltre, quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e.

Campo elettrico per pacing cardiaco:

1 V/cm

Campo elettrico per defibrillazione cardiaca:

10-100 V/cm

Un pacing cardiaco effettuato mediante una stimolazione monopolare è meno selettivo rispetto al caso di una stimolazione bipolare

X

Un pacing cardiaco effettuato mediante una stimolazione monopolare è più selettivo rispetto al caso di una stimolazione bipolare

EX ___ Stimolazione Cardiaca

Quesito 4:

Punteggio:

Si fornisca un'ordine di grandezza ragionevole dell'ampiezza del campo elettrico intracardiaco tipicamente necessario per effettuare un pacing cardiaco o una defibrillazione cardiaca. Indicare, inoltre, quale/i tra le seguenti affermazioni è/sono corretta/e.

Campo elettrico per pacing cardiaco:

Campo elettrico per defibrillazione cardiaca:

Un pacing cardiaco effettuato mediante una stimolazione monopolare è meno selettivo rispetto al caso di una stimolazione bipolare

Un pacing cardiaco effettuato mediante una stimolazione monopolare è più selettivo rispetto al caso di una stimolazione bipolare

EX ___ Muscolo

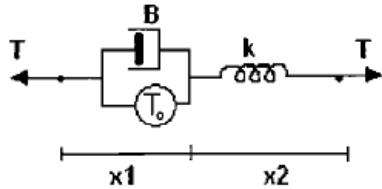
Quesito 1:

Punteggio:

La seguente figura rappresenta un modello viscoelastico equivalente semplificato di un muscolo vincolato alle estremità e mantenuto in condizione isometrica. Il modello comprende un pistone con coefficiente di attrito viscoso B , una molla ideale con costante elastica k e un generatore di tensione meccanica T_0 avente la seguente funzione temporale a gradino:

$$T_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0 \\ T_0 & \text{per } t > 0 \end{cases}$$

Indicando con T la forza di reazione vincolare esercitata sul muscolo alle sue estremità, ricavare l'equazione differenziale che regola l'evoluzione temporale di T . Si ricavi inoltre la soluzione $T(t)$ di tale equazione, assumendo la seguente condizione iniziale: $T(0)=0$.



Equazione differenziale:

$T(t) =$

EX ___ Muscolo

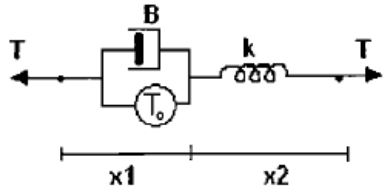
Quesito 1:

Punteggio:

La seguente figura rappresenta un modello viscoelastico equivalente semplificato di un muscolo vincolato alle estremità e mantenuto in condizione isometrica. Il modello comprende un pistone con coefficiente di attrito viscoso B , una molla ideale con costante elastica k e un generatore di tensione meccanica T_0 avente la seguente funzione temporale a gradino:

$$T_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0 \\ T_0 & \text{per } t > 0 \end{cases}$$

Indicando con T la forza di reazione vincolare esercitata sul muscolo alle sue estremità, ricavare l'equazione differenziale che regola l'evoluzione temporale di T . Si ricavi inoltre la soluzione $T(t)$ di tale equazione, assumendo la seguente condizione iniziale: $T(0)=0$.



$$\begin{cases} B \frac{\partial x_1}{\partial t} + T_0 = T \\ x_1 + x_2 = \text{cost} \Rightarrow \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial x_2}{\partial t} = 0 \end{cases} \Rightarrow T + \frac{B}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = T_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Solus. omogenea: } T(t)_{om} = \text{cost.} \cdot e^{-\frac{k}{B}t} \\ \text{Solus. particolare: } T_{part} = T_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T(t) = T_0 + \text{cost.} \cdot e^{-\frac{k}{B}t} \\ T(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow T(t) = T_0(1 - e^{-\frac{k}{B}t})$$

Equazione differenziale:

$$T + \frac{B}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = T_0$$

$T(t) =$

$$T_0(1 - e^{-\frac{k}{B}t})$$

EX ___ Modello Hill

Quesito 4:

Punteggio:

Disegnare il modello viscoelastico di Hill per un muscolo scheletrico e scrivere l'equazione di Hill.

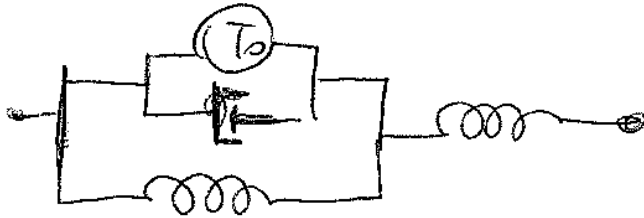
Equazione di Hill:

EX __ Modello Hill

Quesito 4:

Punteggio:

Disegnare il modello viscoelastico di Hill per un muscolo scheletrico e scrivere l'equazione di Hill.



$$\text{Eq. Hill: } (T+a)(v+b) = (T_0+a)b$$

o
 T = Tensione

T_0 = " isometrica

v = Velocità

a, b = costanti empiriche

Equazione di Hill:

$$(T+a)(v+b) = (T_0+a)b$$

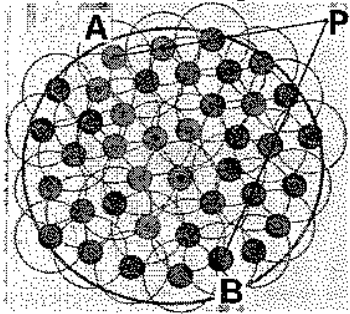
EX ___ Muscolo Genesi Segnale

Quesito 4:

Punteggio:

Si consideri l'unità motoria di un muscolo scheletrico rappresentata schematicamente in figura, nella quale siano attivate le due fibre muscolari indicate con A e B. Si consideri inoltre un punto P immerso in un conduttore volumetrico assimilabile ad un mezzo omogeneo, isotropo, di conducibilità elettrica σ e di estensione idealmente infinita. Scrivere l'espressione della componente $d\phi(P)$ del potenziale elettrico in P (rispetto ad un riferimento nullo posto a distanza infinita da P), risultante esclusivamente dall'attivazione di due porzioni infinitesime di lunghezza dx delle fibre A e B, sapendo che:

- ✓ Le due porzioni infinitesime presentano una corrente transmembrana per unità di lunghezza rispettivamente pari a i_{mA} e i_{mB} .
- ✓ Le due porzioni infinitesime hanno una distanza da P rispettivamente pari a r_A e r_B .



$d\phi(P) =$

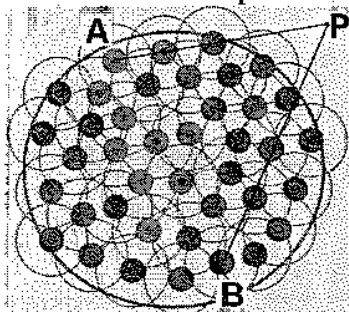
EX ___ Muscolo Genesi Segnale

Punteggio:

Quesito 4:

Si consideri l'unità motoria di un muscolo scheletrico rappresentata schematicamente in figura, nella quale siano attivate le due fibre muscolari indicate con A e B. Si consideri inoltre un punto P immerso in un conduttore volumetrico assimilabile ad un mezzo omogeneo, isotropo, di conducibilità elettrica σ e di estensione idealmente infinita. Scrivere l'espressione della componente $d\phi(P)$ del potenziale elettrico in P (rispetto ad un riferimento nullo posto a distanza infinita da P), risultante esclusivamente dall'attivazione di due porzioni infinitesime di lunghezza dx delle fibre A e B, sapendo che:

- ✓ Le due porzioni infinitesime presentano una corrente transmembrana per unità di lunghezza rispettivamente pari a i_{mA} e i_{mB} .
- ✓ Le due porzioni infinitesime hanno una distanza da P rispettivamente pari a r_A e r_B .



Le fibre si comportano come sorgenti monopolar di corrente.

Quindi:

$$d\phi(P), A = \frac{i_{mA} \cdot dx}{4\pi\sigma r_A}$$
$$d\phi(P), B = \frac{i_{mB} \cdot dx}{4\pi\sigma r_B}$$

\Rightarrow

$$d\phi(P) = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{i_{mA}}{r_A} + \frac{i_{mB}}{r_B} \right) dx$$