Esercizi riepilogativi del corso di Teoria dei Sistemi

1. Si determini una rappresentazione in forma di stato del sistema caratterizzato dalla equazione differenziale
$$y^{(3)}(t) + y^{(2)}(t) + 3y^{(1)}(t) + 5y(t) = 10u.$$

2. Dato il sistema non lineare tempo invariante
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2\cos x_1 + 0.5x_2 - 4u \end{cases}$$
Si determinino gli equilibri del sistema per ingressi costanti $u(t) = \bar{u}$.

3. Si calcolino gli stati di equilibrio dei sistemi lineari
$$\dot{x} = Ax + Bu$$
considerando ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 4$ nei seguenti casi
   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
   (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
   (c) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

4. Dato il sistema dinamico non lineare
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -(x_1 - x_2)(1 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= \alpha x_1 + x_2^2 \end{cases}$$
al variare del parametro α si determinino i punti di equilibrio del sistema, si determini il sistema linearizzato intorno a tali punti di equilibrio.

5. Dato il sistema dinamico non lineare
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2x_2 + 2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - 3x_2 - x_2^2 + 4 + u \\ y &= x_1^2 + u \end{cases}$$
si calcolino i punti di equilibrio per ingresso costante $u(t) = 2$, si scrivano le equazioni in forma di stato del linearizzato.

6. Si studino i modi propri e la stabilità dei sistemi lineari a tempo continuo con matrici dinamiche
$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.5 & -2 \\ 0.4 & 0.1 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ \pi & 5 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & 8 \end{bmatrix} \\ A_4 &= \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

7. Si determini se il polinomio caratteristico $s^5 + 4s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 3s + 7$ è associato ad un sistema dinamico lineare asintoticamente stabile, marginalmente stabile o instabile.

8. Per $\alpha = 2$ si determini la stabilità dell'origine del sistema dell'Esercizio 4.

9. Disegnare il diagramma di Bode e di Nyquist della funzione $G(s) = 0.1\frac{s+100}{s^2+10s+100}$. A partire dal diagramma di Nyquist, determinare, se esistono, tutti i valori di K per cui il sistema retrazionato con $C(s) = k$ sia asintoticamente stabile. Confrontare il risultato con quanto ottenuto con il criterio di Routh.

10. Disegnare il diagramma di Bode e di Nyquist della funzione $G(s) = 0.1\frac{s-10}{(s^2+10s+100)(s+1)}$. A partire dal diagramma di Nyquist, determinare, se esistono, tutti i valori di K per cui il sistema retrazionato con $C(s) = k$ sia asintoticamente stabile. Confrontare il risultato con quanto ottenuto con il criterio di Routh.

11. Disegnare il diagramma di Bode e di Nyquist della funzione $G(s) = 0.1\frac{s-10}{(s^2+10s+100)(s-1)}$. A partire dal diagramma di Nyquist, determinare, se esistono, tutti i valori di K per cui il sistema retrazionato con $C(s) = k$ sia asintoticamente stabile. Confrontare il risultato con quanto ottenuto con il criterio di Routh.

12. Dato il diagramma di Bode in Figura 1, determinare la funzione di trasferimento da cui è stato ottenuto.

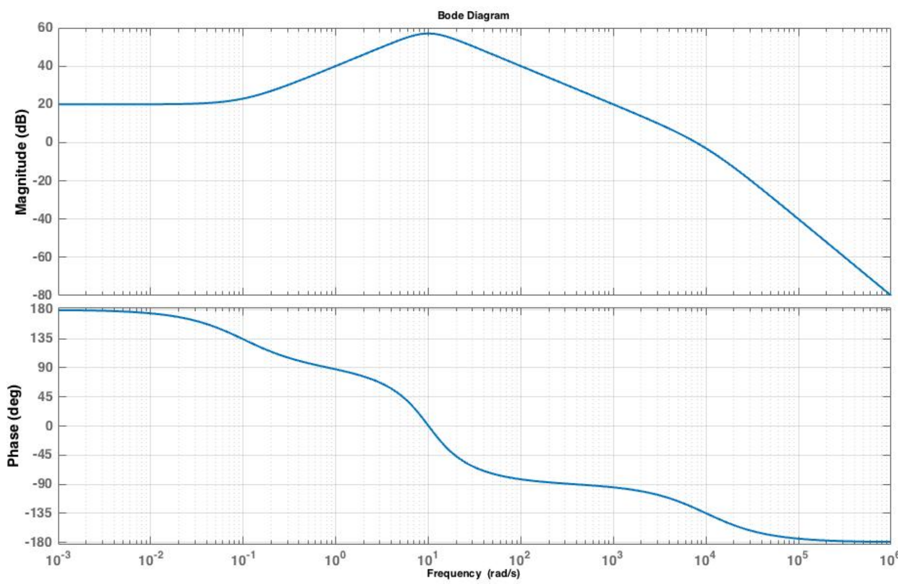

Figure 1: Diagramma di Bode Esercizio 12

13. Data la funzione di trasferimento $G(s) = 10\frac{s-10}{(s+1)(100s^2+2s+1)}$ determinare gli andamenti a regime compatibili con l'ingresso: $u(t) = 2\sin(10^{-2}t)$

    - $y_r(t) = -200\sin(t)$
    - $y_r(t) = -20\sin(10^{-2}t)$
    - $y_r(t) = 200\sin(10^{-2}t)$
    - $y_r(t) = -200\sin(10^{-2}t)$

14. Si disegni il luogo delle radici (diretto e inverso) del sistema rappresentato dalle seguenti funzioni di trasferimento

    - $G(s) = \frac{1}{(s-3)}$
    - $G(s) = \frac{1}{(s-3)(s-5)}$
    - $G(s) = \frac{s}{(s-3)(s-5)}$
    - $G(s) = \frac{1}{s(s-3)(s-5)}$

15. Si progettino dei controllori che rendano asintoticamente stabili in anello chiuso i sistemi dell'esercizio 14.